LE JOURNAL DE PHYSIQUE

ET

LE RADIUM

RÉFLEXION. EFFET COMPTON ET EFFET DOPPLER. II.

Par F. WOLFERS.
Laboratoire de Physique générale, Alger.

Sommaire. — Les résultats obtenus dans un précédent mémoire (1) sont étendus aux corps en mouvement. On retrouve par un procédé indépendant, des formules connues qui se trouvent mieux coordonnées. Si le mouvement des résonateurs responsables de la réflexion et de la réfraction est tangentiel, des recherches sur la structure des surfaces sont suggérées et un nouvel examen théorique paraît indispensable.

Dans un Mémoire récent (2) nous avons montré ceci : lorsqu'un rayonnement rencontre la surface de séparation de deux milieux, seules contribuent à la réflexion *régulière* ou à la réfraction, les particules (ou « résonateurs ») de la surface dont le mouvement est *tangentiel*, c'est-à-dire dont la vitesse est orientée dans le plan tangent à la surface. Si le mouvement d'une particule présente une composante normale, les effets Doppler et Compton (^{a}) modifient, si peu que ce soit, la fréquence du rayonnement diffusé par elle, ce qui supprime la cohérence et rend impossible l'application stricte des lois de Descartes. De tels résonateurs ne sauraient fournir qu'une radiation *diffusée* en tous sens (diffusion moléculaire superficielle) et étalée sur une certaine bande de fréquences. Nous voudrions maintenant appliquer ces considérations à divers problèmes.

1. **Mouvements d'ensemble tangentiels.** — Soit un miroir plan ou une surface réfringeante se déplaçant dans son plan, ou encore un miroir sphérique tournant autour de son centre. Un tel mouvement équivaut à un mouvement tangentiel d'ensemble de toutes les molécules. Les lois de Descartes restent donc applicables avec la même rigueur qu'au repos. Une expérience directe serait relativement facile avec un miroir sphérique. D'autre part, on sait depuis longtemps que le résultat négatif de l'expérience d'Airy (mesure de l'aberration avec une lunette pleine d'eau) est une conséquence nécessaire de la loi d'entraînement de Fresnel-Fizeau, ou réciproquement, mais cela à condition d'*admettre*, — et c'était là une pure hypothèse, — que les lois de Descartes ou le principe de Fermat ne soient nullement modifiés par le mouvement relatif de la surface réfringeante et des rayons lumineux. Les incertitudes inhérentes à ces « démonstrations » se trouvent donc levées. Bien entendu, cette remarque n'a qu'un intérêt pédagogique, d'ailleurs contestable, puisque la théorie de la relativité conduit directement et à elle seule au résultat. Pourtant l'ensemble des raisonnements qu'on trouve dans divers traités (3) à cette occasion, apparaît ainsi plus cohérent.

2. **Recherche de faibles variations de l'angle de réflexion sur un miroir.** — Il y a lieu de considérer la possibilité de très faibles écarts aux lois de la réflexion (écarts parfois désignés sous le nom d'aberrations) dans les systèmes en mouve-

(1) *J. Phys. Radium*, 1947, 8, p. 14.
(2) *C. R. Acad. Sc.*, 1946, 222, p. 546 et *J. de Physique*, 1947, 3, p. 14, ce dernier désigné ci-après par J. P. I.
(^{a}) Nous entendons par là l'éventuel choc inélastique entre un photon et une particule, avec recul de celle-ci; et non pas l'effet produit par absorption d'un photon par une particule complexe (molécule, etc.), suivie de l'expulsion simultanée d'un nouveau photon et d'un photo-électron, laquelle pourrait se faire sans recul de la particule.

(3) *Voir* par exemple : CHWOLSON, II, Chap. III, parag. 7. — WILSON, *Theoretical Physics*, II; il paraît encore de temps en temps des Mémoires sur ce sujet.

ment. Ainsi M. E. Esclangon ([4]) a décrit un certain effet extrêmement faible, dont la période serait le jour sidéral, et qui pourrait être dû (s'il était confirmé) à une « dissymétrie optique de l'espace ». Il ne semble pas que nos résultats doivent jouer un rôle dans la discussion de telles expériences, où l'observateur, la source et les miroirs restent fixes l'un par rapport à l'autre. Dans le cas de l'effet Doppler, c'est précisément ce que nous avons supposé, seules étant considérées comme mobiles les particules qui constituent le miroir. Dans la considération de l'effet Compton, on s'est placé dans un référentiel lié au miroir. En tout cas, l'effet prévu est nul. Cependant la question mériterait peut-être d'être reprise d'une façon plus générale, en particulier dans le cas d'un miroir mobile, ou dans celui d'une source mobile par rapport à l'observateur *et* au miroir [lumière venant d'une étoile ([5])]. Sans vouloir traiter la question complètement sous tous ses aspects, cherchons seulement ici ce que nous pouvons prévoir dans le cas d'un miroir mobile.

Décomposons le mouvement du miroir par rapport à la source et à l'observateur supposés immobiles, en un mouvement tangentiel et un mouvement normal. En ce qui concerne le premier, nous pouvons affirmer comme plus haut que l'effet en sera, dans tous les cas, *rigoureusement nul*.

Quant à la composante normale, nous reprendrons nos calculs de la façon suivante : admettant que les résonateurs efficaces ont leur vitesse $\bar{v}$ orientée dans le plan du miroir primitivement immobile, nous composerons cette vitesse avec la vitesse $\bar{u}$ du miroir dans le sens de sa normale. Nous retrouverons, disons-le tout de suite, des formules bien connues en relativité.

3. **Effet Doppler sur un miroir en translation suivant sa normale.** — Reprenons les notations du Mémoire J. P. I.; nous poserons en outre : $\gamma = \frac{u}{c}$; $\Delta\nu = \nu_s - \nu_0 \equiv \nu - \nu'$ ($\Delta\nu > 0$ si le miroir s'éloigne : $\gamma > 0$). La vitesse résultante $\mathbf{v}$ d'un résonateur donné I sera : $v = \beta c$ et la relation (S. P. I, 4)

$$\frac{\nu_0}{\nu_s} = \frac{1 - \beta\cos\alpha_0}{1 - \beta\cos\gamma_0}$$

se met immédiatement sous la forme

$$\frac{\Delta\nu}{\nu'} = \beta\frac{(\cos\alpha_0 - \cos\gamma_0)}{1 - \beta\cos\alpha_0}. \qquad \text{(II, 1)}$$

Pour qu'il y ait réflexion régulière dans une direction correspondant à l'angle de réflexion i', il faut que $\Delta\nu$ soit *le même* pour tous les résonateurs qui interviennent, c'est-à-dire pour toutes les valeurs de la vitesse propre $\mathbf{v}_0$ de I et de l'angle ψ_0 que fait $\mathbf{v}_0$ avec le plan d'incidence SIz. Ce dernier est déterminé par le rayon incident SI (*fig.* 1) et par la normale Iz

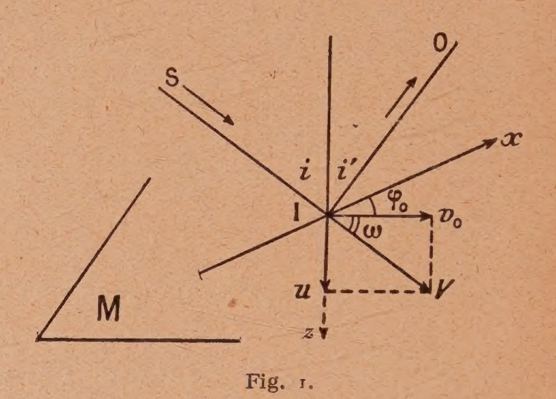


Fig. 1.

au miroir, prise positivement dans le sens qui l'éloigne de la source; $\mathbf{u}$ est donc positif quand le miroir s'éloigne. Le plan d'incidence détermine par son intersection avec le miroir un axe Ix; enfin l'axe Iy normal à xIz n'aura pas à intervenir ici.

Nous admettrons d'abord que le plan de réflexion OIz peut avoir tourné d'un angle ψ autour de la normale. Dans (1), α_0 désigne l'angle ($\mathbf{v}_0$, **SI**) et γ_0 l'angle ($\mathbf{v}_0$, **IO**). Nous cherchons la vitesse résultante $\mathbf{v}$ de $\mathbf{v}_0$ et de $\mathbf{u}$; ses composantes sont :

$$v_z = \frac{u + (v_0)_z}{1 + \frac{u(v_0)_z}{c^2}} = u,$$

$$v_{x,y} = \sqrt{1-\gamma^2}\,\frac{(v_0)_{x,y}}{1 + \gamma(\beta_0)_{x,y}}.$$

Projetons sur **SI** puis sur **IO** : il vient

$$v\cos\alpha_0 = u\cos i + v_0\sin i\,\cos\varphi\,\frac{\sqrt{1-\gamma^2}}{1+\beta_0\gamma},$$

$$v\cos\gamma_0 = -u\cos i' + v_0\sin i'\cos(\varphi+\psi)\frac{\sqrt{1-\gamma^2}}{1+\beta_0\gamma}.$$

Divisons par c et portons dans (1); alors

$$\frac{\Delta\nu}{\nu'} = \frac{\left\{\begin{array}{l}\gamma(\cos i + \cos i') + \beta_0\dfrac{\sqrt{1-\gamma^2}}{1+\beta_0\gamma} \\ \quad\times[\sin i\cos\varphi - \sin i'\cos(\varphi+\psi)]\end{array}\right\}}{1 - \gamma\cos i - \beta_0\dfrac{\sqrt{1-\gamma^2}}{1+\beta_0\gamma}\sin i\cos\varphi} \qquad (2)$$

et, si $\beta_x = \beta_0\cos\varphi$,

$$\frac{\Delta\nu}{\nu'}(1-\gamma\cos i) - \gamma(\cos i + \cos i')$$

$$= \beta_x\frac{\sqrt{1-\gamma^2}}{1+\beta_0\gamma}\left[\frac{\Delta\nu}{\nu'}\sin i + \sin i - \sin i'\,\frac{\cos(\varphi+\psi)}{\cos\varphi}\right]. \qquad (3)$$

([4]) E. Esclangon, *La Notion de Temps*, Gauthier-Villars, 1938. On trouvera là toutes les références antérieures, aux *Comptes rendus* et au *Journal des Observateurs*, de 1927 à 1935.

([5]) L'expérience n'a pas été faite dans ce cas, M. Esclangon indique qu'elle serait extrêmement difficile.

Or pour qu'il y ait réflexion régulière, $\Delta\nu$, devant être indépendant du résonateur considéré, ne doit dépendre de β_0, de β_x, de φ ni de ψ; pour cela il faut et il suffit que le crochet du deuxième membre soit nul. On voit alors que l'équation (3) se scinde en deux autres :

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu'}+1\right)\sin i = \sin i' \frac{\cos(\varphi+\psi)}{\cos\varphi}, \qquad (4)$$

et

$$-\frac{\Delta\nu}{\nu'}(1-\gamma\cos i) = \gamma(\cos i + \cos i'). \qquad (5)$$

4. La relation (4) caractérise les *écarts à partir des lois de Descartes*. Or nous n'avons guère de raison de supposer que le rayon réfléchi sorte du plan d'incidence du fait de l'effet Doppler; si un tel effet existait, il dépendrait symétriquement

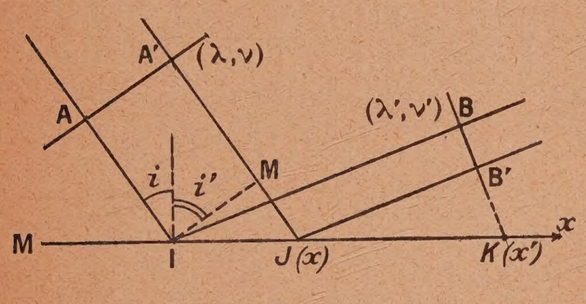


Fig. 2.

de v_0 et φ, et sa valeur moyenne serait nulle. De toute façon ψ serait très petit, et son influence sur $\Delta\nu$ et sur i' serait petite d'ordre supérieur. Pour la suite, nous poserons donc $\psi = 0$ [6]. Il reste alors

$$\left.\begin{aligned} \sin i' &= \sin i\left(1+\frac{\Delta\nu}{\nu'}\right) \\ \text{ou} \qquad \delta &= \sin i - \sin i' = -\frac{\Delta\nu}{\nu'}\sin i; \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

ou encore, au deuxième ordre près, avec $\varepsilon = i - i'$

$$\varepsilon = \frac{\delta}{\cos i} = -\frac{\Delta\nu}{\nu'}\operatorname{tg} i. \qquad (7)$$

L'existence même de l'effet Doppler sur le miroir mobile entraîne donc une altération de l'angle de réflexion, facile à calculer.

Il est remarquable que cette formule (6), obtenue en somme par le calcul relativiste de l'effet Doppler dû à une seule particule, avec la condition $\Delta\nu = 0$ pour la réflexion régulière, se trouve être *strictement identique* à la formule des plus classiques (et bien connue bien qu'elle paraisse généralement oubliée), que l'on peut tirer directement du principe d'Huyghens [7].

5. Revenons maintenant à l'équation (5). On remarque d'abord que, si $i = i'$ (ou $\delta = 0$) et $\gamma \ll 1$, on retrouve la loi classique de l'effet Doppler sur un miroir mobile

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = 2\gamma\cos i.$$

Entre (5) et (6) nous pouvons éliminer i' et trouver $\Delta\nu$ en fonction de u (ou γ) et de i. Il suffit d'exprimer $\cos i'$ au moyen de la valeur (6) de $\sin i'$, de porter dans (5) élevé au carré, et d'ordonner. Laissant de côté la solution $\Delta\nu = 0$ (puisqu'aussi bien l'effet Doppler existe ici), on trouve

$$\frac{\Delta\nu}{\nu'} = \frac{2\gamma(\cos i - \gamma)}{1 - 2\gamma\cos i + \gamma^2}. \qquad (8)$$

Ce résultat se simplifie si l'on exprime

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta\nu}{\nu'}\,\frac{1}{1+\dfrac{\Delta\nu}{\nu'}};$$

on trouve

$$\boxed{\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{2\gamma(\cos i - \gamma)}{1-\gamma^2}.} \qquad (9)$$

Cette formule (9) n'est pas nouvelle : il est facile de vérifier qu'elle est identique à celle que donne directement la relativité; mais notre raisonnement, ainsi confirmé, adapté aux théories atomiques ou

[6] Le terme ψ serait à considérer peut-être dans certains effets en rapport avec de la lumière polarisée circulairement.

[7] Deux rayons AI, A'J (*fig.* 2) normaux à l'onde plane incidente AA', rencontrent le miroir en I et J; la fréquence réfléchie est ν'. Écrivons qu'il y a une onde plane réfléchie telle que BB', sur laquelle les vibrations sont en phase. Soit $IJ = x$; BB' coupe le miroir suivant une normale au plan d'incidence en K, et soit $IK = x'$. Soit encore IM perpendiculaire à A'J. Les phénomènes (inconnus) en I et J peuvent introduire des retards de phase quelconques, mais bien définis et identiques. I et M étant en phase, le retard sur le trajet MJ est

$$\frac{2\pi\,MJ}{\lambda} = \frac{2\pi}{c}\nu x\sin i$$

et sur le trajet JB'

$$\frac{2\pi\,JB'}{\lambda'} = \frac{2\pi}{c}(x'-x)\nu'\sin i'.$$

Au total,

$$\frac{2\pi}{c}[x'\nu'\sin i' + x(\nu\sin i - \nu'\sin i')].$$

De même, le retard pour le rayon IB sera

$$\frac{2\pi\,IB}{\lambda'} = \frac{2\pi}{c}\nu' x'\sin i';$$

il est égal au précédent. D'où

$$x(\nu\sin i - \nu'\sin i') + x'\nu'\sin i' = x'\nu'\sin i',$$

ou

$$\frac{\sin i'}{\sin i} = \frac{\nu}{\nu'} \quad \text{et} \quad \frac{\sin i' - \sin i}{\sin i} = \frac{\Delta\nu}{\nu'};$$

c'est bien là exactement notre formule (6).

électroniques, peut paraître utilement intuitif ([8]).

Pour l'incidence normale, $\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{2\gamma}{1+\gamma}$. Ce rapport devient nul sous une incidence presque rasante, $i = \arccos\gamma$; pour $i = \frac{\pi}{2}$, l'effet serait négatif et du second ordre, mais alors i' dépasserait $\frac{\pi}{2}$.

D'autre part, éliminons $\Delta\nu$ en vue d'obtenir i' en fonction de γ, c'est-à-dire les écarts à la loi de Descartes :

$$\frac{\Delta\nu}{\nu'} = \frac{\gamma(\cos i + \cos i')}{1 - \gamma\cos i} = \frac{\sin i' - \sin i}{\sin i},$$

d'où

$$\operatorname{tg}\frac{\varepsilon}{2} = -\frac{\gamma \sin i}{1 - \gamma\cos i}, \qquad (10)$$

ou

$$\varepsilon \simeq \frac{2\gamma\sin i}{1 - \gamma\cos i}.$$

Si donc le miroir s'éloigne, on a $i' \geqq i$; ε, nul sous l'incidence normale, atteint la valeur 2γ sous une incidence presque rasante $\left(\text{pour } \cos i = \frac{2\gamma}{1+\gamma^2}\right)$ telle que $i' = \frac{\pi}{2}$; ce sont là les valeurs que ε, i et i' ne peuvent dépasser; la valeur minima de $\frac{\Delta\nu}{\nu}$ est alors $\frac{2\gamma^2}{1+\gamma^2}$. On démontre que la formule (10) est identique, elle aussi, à des formules relativistes connues ([8]), qui donnent i' sous une forme d'apparence un peu différente.

Pour une vitesse relative u de 1 km : s, l'écart entre i et i' atteint, sous une incidence de 45°, environ 1″ d'arc; un tel effet ne serait peut-être pas impossible à constater.

6. **Rôle de l'effet Compton.** — Cherchons encore ce que donneraient, pour un miroir en translation, nos formules concernant l'effet Compton ([9]). Si le mouvement est parallèle à la surface du miroir, l'effet produit sera évidemment nul, comme plus haut. Il suffit donc de considérer le mouvement parallèle à la normale. La vitesse résultante V_0 de u et de v_0 (avant le « choc » du photon) pourra s'écrire

$$V_0^2 = u^2 + \mu_0^2 v_0^2,$$

où μ_0 est un facteur qui ne diffère de l'unité qu'au second ordre près et qui provient de la composition relativiste de u et de v_0; v_0 étant normal à u (puisque dans la plan du miroir), on aura

$$\mu_0 = \frac{\sqrt{1-\gamma^2}}{1+\beta_0\gamma}.$$

De façon analogue, après le choc,

$$V^2 = u^2 + \mu^2 v^2.$$

Divisons par c^2 : on voit qu'il faudra remplacer, dans les formules relatives au miroir immobile (J.P.I.), β_0^2 par $\gamma^2 + \mu^2\beta_0^2$ et β^2 par $\gamma^2 + \mu^2\beta^2$. Soient d'autre part ω_0 et ω les angles de V_0 et V avec le plan du miroir, angle qui n'est nul que si $\gamma = u = 0$; on aura

$$\operatorname{tg}\omega_0 = \frac{\gamma}{\mu_0\beta_0},$$

$$\cos\omega_0 = \frac{\mu_0\beta_0}{\sqrt{\gamma^2+\mu_0^2\beta_0^2}}, \qquad \cos\omega = \frac{\mu\beta}{\sqrt{\gamma^2+\mu^2\beta^2}}.$$

Les équations (7), (8) et (10) de (J. P. I.) devront donc s'écrire comme suit :

$$\Delta\nu = a\left(\frac{1}{\sqrt{1-\gamma^2-\mu^2\beta^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-\gamma^2-\mu_0^2\beta_0^2}}\right), \qquad (7')$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\sqrt{\gamma^2+\mu^2\beta^2}\sin\varphi\cos\omega}{\sqrt{1-\gamma^2-\mu^2\beta^2}} &= \frac{\sqrt{\gamma^2+\mu_0^2\beta_0^2}\sin\varphi_0\cos\omega_0}{\sqrt{1-\gamma^2-\mu_0^2\beta_0^2}} \\ \text{ou} \quad \frac{\mu\beta\sin\varphi}{\sqrt{1-\gamma^2-\mu^2\beta^2}} &= \frac{\mu_0\beta_0\sin\varphi_0}{\sqrt{1-\gamma^2-\mu_0^2\beta_0^2}} \end{aligned}\right\} \qquad (8')$$

et de même

$$\Delta\nu\sin i + \nu'\delta = a\left(\frac{\mu\beta\cos\varphi}{\sqrt{1-\gamma^2-\mu^2\beta^2}} - \frac{\mu_0\beta_0\cos\varphi_0}{\sqrt{1-\gamma^2-\mu_0^2\beta_0^2}}\right). \qquad (10')$$

Or, la réflexion devant être cohérente, il résulte de (6) que le premier membre de (10′) doit être nul; de là, en combinant avec (8′),

$$\operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg}\varphi_0 \quad \text{et} \quad \varphi = \varphi_0.$$

Alors (8′) donne

$$\mu\beta = \mu_0\beta_0, \quad \text{d'où} \quad \beta = \beta_0;$$

enfin (7′) donne alors $\Delta\nu = 0$. La variation de fréquence due à l'effet Compton reste donc nulle, ainsi que δ. D'ailleurs $\omega = \omega_0$, ce qui exprime que le mouvement des résonateurs efficaces pour la réflexion *reste* dans le plan de la surface du miroir, que celui-ci soit mobile ou non. Le mouvement du miroir n'introduit donc aucun changement à nos précédentes conclusions.

7. Les progrès rapides de la microscopie électronique permettront peut-être d'obtenir bientôt des preuves directes, au moins partielles, en faveur de nos conceptions. On sait comment M. L. de Broglie a montré ([10]) que le pouvoir séparateur des instru-

([8]) *Voir* par exemple : R. Becker, *Théorie des électrons*, paragraphe 58; ou aussi : J. Becquerel, *Relativité et gravitation*. Ici, la formule (13-8) (p. 90) est identique à (9), φ' y représente i' et ε est appelé aberration. En la combinant avec $\frac{\sin i}{\sin i'} = \frac{\nu'}{\nu}$ on retrouve (14-8).

([9]) Nous entendons par là l'éventuel choc inélastique entre un photon et une particule, avec recul de celle-ci; et non pas l'effet produit par absorption d'un photon par une particule complexe (molécule, etc.) suivie de l'expulsion simultanée d'un nouveau photon et d'un photoélectron, laquelle pourrait se faire sans recul de la particule.

([10]) L. de Broglie, *Revue d'Optique*, 1947, 26, p. 397.

ments est nécessairement limité en vertu des relations d'incertitude de Heisenberg, et aussi par l'agitation thermique (*loc. cit.*, p. 408).

Le « flou » auquel il faut s'attendre, avec des atomes libres à la température ordinaire, serait de l'ordre de 1000 Å. Pour des particules liées à des ensembles plus complexes, aucune prévision n'est possible, faute précisément de connaître la structure superficielle et les liaisons de ces ensembles. Cependant, si les particules sont liées, au sens de notre théorie, aux surfaces de séparation, on pourra s'attendre, au moins dans certains cas, à une définition bien meilleure.

De fait, un pouvoir séparateur de 100 Å a déjà été atteint et peut-être dépassé sur certains clichés. Soit par exemple une préparation cristalline de symétrie au moins orthorhombique, la base du prisme étant dans le plan de la préparation. Les faces normales à ce plan se projettent en lignes qui seraient extrêmement fines en l'absence de tout mouvement perpendiculaire à ces faces. Au contraire ces lignes seraient floues, avec une largeur correspondant au moins à quelques centaines d'angström, si le mouvement thermique, et si les mouvements communiqués secondairement par les électrons incidents, étaient à peu près libres en tous sens. Or, dès maintenant, certains clichés publiés par Dupouy (11), obtenus avec de l'aluminium, présentent des lignes droites fines dont la largeur correspondrait *au plus* à quelque 100 Å environ. Si l'on continue à observer des lignes de plus en plus fines avec des appareils de plus en plus perfectionnés, ce sera là une confirmation directe de notre façon de concevoir les surfaces de séparation de ce genre.

8. La grosse question qui reste posée, c'est de comprendre comment une fraction importante des particules, au voisinage immédiat des surfaces de séparation, se trouve en quelque sorte liée à la surface; la théorie cinétique classique ne permet guère de le concevoir. Il faut distinguer, nous semble-t-il, deux cas extrêmes.

1° Celui des métaux; les résonateurs y sont principalement les électrons libres. Sans doute devra-t-on faire intervenir leur dégénérescence et la quantification des niveaux d'énergie électronique à la surface de chaque cristal élémentaire, ces niveaux étant liés à la *distance* au plan réticulaire, comme dans l'atome ou la molécule ils sont liés à la distance aux noyaux. Cela permettrait de lever la principale difficulté, non sans soulever une foule de questions expérimentales et théoriques. Il semblerait que, dans les conducteurs, le pouvoir réflecteur (par exemple pour $i = 0$), rattaché au nombre des résonateurs efficaces, pourrait être une grandeur plus fondamentale que l'indice de réfraction auquel il est lié.

2° Dans le cas des diélectriques transparents, l'absorption étant très faible, tous les résonateurs, ou presque sont liés à la surface et contribuent à former l'onde réfléchie et l'onde réfractée. Il faudrait donc introduire l'hypothèse d'une quantification de l'énergie superficielle des ions, atomes ou molécules. S'il y a n résonateurs par unité de surface, il faudrait que, dans le temps dt, une très petite fraction $kn\,dt$ seulement d'entre eux ($k < 1$) puisse recevoir ou perdre une énergie suffisante pour passer d'un niveau sur un autre, passage lié à un déplacement parallèle au champ superficiel et normal à la surface, en moyenne.

Dans les semi-conducteurs, où interviendraient à la fois électrons et ions, si l'on connaissait bien les variations de l'indice et celles du pouvoir réflecteur avec la température (et cela par ces mesures indédantes), il en résulterait sans doute des suggestions utiles : par exemple quant à la façon dont k serait relié à n et au pouvoir inducteur spécifique, par l'intermédiaire peut-être de l'espacement des niveaux d'énergie superficielle.

Sans vouloir pousser plus loin ici ces spéculations, nous pensons surtout avoir mis en évidence un domaine étendu à explorer.

Note ajoutée à la correction des épreuves. — Précisons encore une fois, pour terminer, notre point de vue. La théorie classique, essentiellement macroscopique et ondulatoire conduit bien à l'absence d'effet Doppler par réflexion ou réfraction, à une certaine approximation. M. Cabannes vient encore de le rappeler tout récemment (*C. R. Acad. Sc.*, mars 1948, **226**, p. 710). Quant à nous, nous avons posé que cet effet serait nul en toute rigueur (en nous plaçant au point de vue corpusculaire, complémentaire du précédent). De là notre résultat sur la structure des surfaces Il surprendra moins si l'on se rappelle que, dès que le mouvement dans le sens normal devient important (diffusion), le pouvoir réflecteur tombe rapidement à zéro. On est frappé d'ailleurs par l'insuffisance des données expérimentales *directes*, l'indice de réfraction et le pouvoir réflecteur ayant été très rarement mesurés *séparément*, dans des conditions (température, possibilités de diffusion, etc.) variées et avec précision (*cf.* la fin de J. P. I.).

Manuscrit reçu le 23 décembre 1947.

(11) Dupouy, *J. de Physique*, 1946, 7, p. 320.

SUR LA BIPARTITION ET LA TRIPARTITION DES ÉLÉMENTS LOURDS

Par TSIEN SAN-TSIANG.
Maître de Recherches au Laboratoire de Chimie nucléaire du Collège de France.

Sommaire. — A. *Bipartition.* — On a discuté les difficultés rencontrées par la théorie de Bohr et Wheeler pour expliquer la dissymétrie des fragments lourds et les valeurs des seuils de fission des éléments plus légers que Bi. Des explications ont été suggérées.

B. *Tripartition.* — En utilisant un schéma simplifié de tripartition, on a pu interpréter quantitativement le parcours et l'angle d'émission du troisième fragment léger M_3 de ^{236}U et préciser que M_3 doit avoir $\frac{A_3}{Z_3} \geqq 2$. La limite supérieure du délai de l'émission de M_3 par rapport aux deux fragments lourds est environ 10^{-20} s. Pour les noyaux composés ^{233}Th, ^{236}U, ^{239}U et ^{240}Pu, le groupe de M_3 de parcours court serait attribué au cas où la tripartition se fait quand M_3 est presque colinéaire avec les deux fragments lourds, celui de long parcours au cas où M_3 est hors de l'axe de déformation avant la séparation. Ce dernier cas est d'autant plus fréquent que l'énergie d'excitation du noyau composé est moins élevée.

Tous les faits principaux observés avec les noyaux lourds peuvent être interprétés, d'une façon cohérente, par le schéma proposé de tripartition.

I. — INTRODUCTION.

Après la publication des preuves chimique [1] et physique [2] du phénomène de fission de l'uranium et du thorium, Bohr et Wheeler [3] ont donné une théorie du mécanisme de la fission nucléaire qui a pu expliquer, d'une manière satisfaisante, les résultats principaux concernant les fissions d'U et de Th. Cependant, certains faits, par exemple, la distribution dissymétrique des masses des deux fragments de la bipartition, les valeurs du seuil de fission des noyaux plus légers que U et Th, ne sont pas faciles à concilier avec cette théorie simple.

Le but de ce travail est de discuter ces difficultés de la bipartition et de donner une image simplifiée de la tripartition pouvant expliquer quantitativement les faits principaux relatifs à ce phénomène.

II. — BIPARTITION.

1. Mécanisme de la bipartition d'après Bohr et Wheeler [3]. — D'après le modèle de la goutte liquide du noyau atomique, l'énergie d'excitation d'un noyau est utilisée à donner différents mouvements aux constituants nucléaires, semblables aux oscillations d'une sphère liquide sous l'influence de la tension superficielle [4]. Pour les noyaux lourds, les charges des constituants nucléaires introduisent une force de répulsion considérable qui tend à contre-balancer la force de cohésion due aux attractions nucléaires qui sont responsables de la tension superficielle du noyau. L'énergie de surface a une valeur minimum pour une forme sphérique, par contre, l'énergie coulombienne a une valeur plus grande pour une distribution sphérique de la matière nucléaire.

Pour un noyau stable, l'augmentation de l'énergie de surface due à une petite déformation de la sphéricité doit être plus grande que la diminution correspondante de l'énergie coulombienne. Si ces conditions ne sont pas remplies, ce noyau va subir la fission pour n'importe quelle déformation (excitation). Par des calculs détaillés, Bohr et Wheeler ont obtenu la condition suivante pour la stabilité du noyau vis-à-vis la fission :

$$2 \times \text{Énergie de surface} = \text{Énergie coulombienne}$$

ou

$$2 \times 4\pi r_0^2 A^{\frac{2}{3}} T = \frac{3}{5} \frac{(Ze)^2}{r_0 A^{\frac{1}{3}}}. \tag{1}$$

$$\left(\frac{Z^2}{A}\right)_{\text{lim}} = 10\left(\frac{4\pi r_0^3}{3}\right)\frac{T}{e^2} = 10 V \frac{T}{e^2},$$

où Z et A sont le nombre de charge et la masse atomique du noyau qui a un rayon de $r_0 A^{\frac{1}{3}}$, un volume V et une tension superficielle T.

En admettant [5]

$$r_0 \sim 1,4.10^{-13}\ \text{cm} \qquad \text{et} \qquad 4\pi r_0 T \sim 14\ \text{MeV},$$

on trouve que $\left(\frac{Z^2}{A}\right)_{\text{lim}} \sim 42$, correspondant à un noyau d'environ 17 pour 100 plus lourd que l'uranium.

Bien que les noyaux avec lesquels $\frac{Z^2}{A} < \left(\frac{Z^2}{A}\right)_{\text{lim}}$ soient stables pour des petites déformations, avec les grandes déformations (grande excitation), ils peuvent atteindre des configurations favorables pour la fission.

Par des arguments dimensionnels, Bohr et Wheeler ont montré que l'énergie cinétique nécessaire pour atteindre l'instabilité du noyau vis-à-vis de la fission ou *le seuil de fission* E_f peut s'écrire comme le produit de l'énergie de surface et d'une fonction sans dimension

$$E_f = 4\pi r_0^2 A^{\frac{2}{3}} f(x), \qquad \text{où} \quad x = \frac{\left(\frac{Z^2}{A}\right)}{\left(\frac{Z^2}{A}\right)_{\text{lim}}}. \tag{2}$$

Pour trouver la valeur de $f(x)$, on distingue trois cas limites :

a. S'il n'y a pas de force coulombienne, la division d'un noyau sphérique en deux sphères de masses égales nécessite un travail E_f contre la tension superficielle

$$E_f = 2 \times 4\pi r_0^2 T \left(\frac{A}{2}\right)^{\frac{2}{3}} - 4\pi r_0^2 T A^{\frac{2}{3}},$$

d'où

$$f(0) = 2^{\frac{1}{3}} - 1 = 0{,}260. \tag{3}$$

b. Si la charge est petite, la forme critique avant

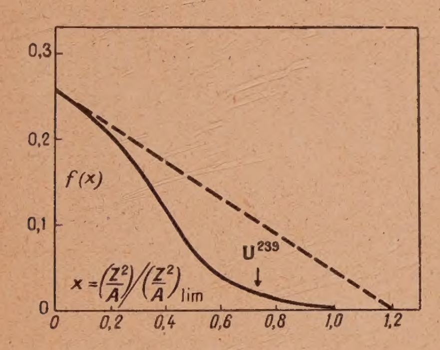


Fig. 1. — Courbe du seuil de fission de Bohr et Wheeler.

la séparation est peu différente de deux sphères en contact et l'on a

$$E_f = 2 \times 4\pi r_0^2 T \left(\frac{A}{2}\right)^{\frac{2}{3}} - 4\pi r_0^2 T A^{\frac{2}{3}} + 2 \times \frac{3}{5}\left[\frac{\left(\frac{Ze}{2}\right)^2}{r_0\left(\frac{A}{2}\right)^{\frac{1}{3}}}\right] - \frac{3}{5}\left[\frac{(Ze)^2}{r_0 A^{\frac{1}{3}}}\right] + \frac{\left(\frac{Ze}{2}\right)^2}{2r_0\left(\frac{A}{2}\right)^{\frac{1}{3}}},$$

d'où

$$f(x) = 0{,}260 - 0{,}215\,x. \tag{4}$$

c. Si $\frac{Z^2}{A}$ est très près de la valeur limite,

$$f(x) = \frac{98}{135}(1-x)^3 - \frac{11\,368}{34\,425}(1-x)^4 + \ldots$$

et

$$E_f \sim [10{,}18(1-x)^3 - 4{,}62(1-x)^4]A^{\frac{2}{3}}. \tag{5}$$

En interpolant raisonnablement entre les deux valeurs limites de Z, Bohr et Wheeler ont donné la courbe suivante pour E_f (*fig.* 1). En admettant que la valeur expérimentale de E_f pour le noyau composé ^{239}U soit d'environ 6 MeV $\left(\text{ou } x = 0{,}0209\,\frac{Z^2}{A}\right)$ on peut estimer la valeur limite de

$$\left(\frac{Z^2}{A}\right)_{\text{lim}} = \frac{(92)^2}{239 \times 0{,}74} \sim 48,$$

voisine de celle qu'on a estimé précédemment. Pour les autres éléments lourds, on calcule aisément les valeurs E_f correspondantes d'après l'équation (5) en utilisant

$$x = 0{,}0209\,\frac{Z^2}{A}.$$

2. **Energie libérable lors de la bipartition (E_{lib}) et énergie cinétique des fragments de bipartition (E_{cin}).** — On peut évaluer théoriquement l'*énergie libérable lors de la bipartition* (E_{lib}) d'après la courbe de « packing fraction » obtenue par la spectrographie de masse [5] et l'estimation des masses pour les noyaux possédant un excès de neutrons par rapport aux noyaux stables connus [3]. Bohr et Wheeler ont donné l'estimation suivante pour E_{lib} dans la bipartition symétrique et pour l'énergie totale des désintégrations β successives des fragments jusqu'aux noyaux stables.

Tableau I.

Noyau original.	Fragments de la bipartition symétrique.	E_{lib} (MeV).	E_β (MeV).	$E_{\text{lib}+\beta}$ (MeV).
$^{61}_{28}$Ni.....	$^{30,31}_{14}$S	— 11	2	— 9
$^{117}_{50}$Sn.....	$^{58,59}_{25}$Mn	10	12	22
$^{167}_{68}$Er.....	$^{83,84}_{34}$Sc	94	13	107
$^{206}_{82}$Pb.....	$^{103,103}_{41}$Nb	120	32	152
$^{239}_{92}$U......	$^{119,120}_{46}$Pd	200	31	231

Si les fragments n'ont pas des masses égales, l'énergie E_{lib} serait différente et généralement inférieure à la valeur indiquée dans le Tableau I. En utilisant ses propres déterminations de masses, Dempster [6] a calculé récemment $E_{\text{lib}+\beta}$ en fonction du rapport des masses de deux fragments de bipartition du noyau composé ^{236}U et a obtenu la courbe suivante (*fig.* 2, courbe en trait plein).

D'autre part, les expériences ont montré que le noyau composé ^{232}U se divise en deux masses généralement inégales, le rapport de masse le plus probable étant environ

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{96}{138} \sim 0{,}7 \quad (7).$$

L'énergie cinétique totale (E_{cin}) de deux fragments fluctue entre 120 et 180 MeV avec une valeur la plus probable d'environ 150 MeV [8]. Le rapport moyen des masses varie en fonction de l'énergie suivant à peu près la prévision théorique, mais la valeur absolue de E_{cin} est inférieure d'environ 50 MeV à la courbe théorique de $E_{\text{lib}+\beta}$ (*fig.* 2, courbes en

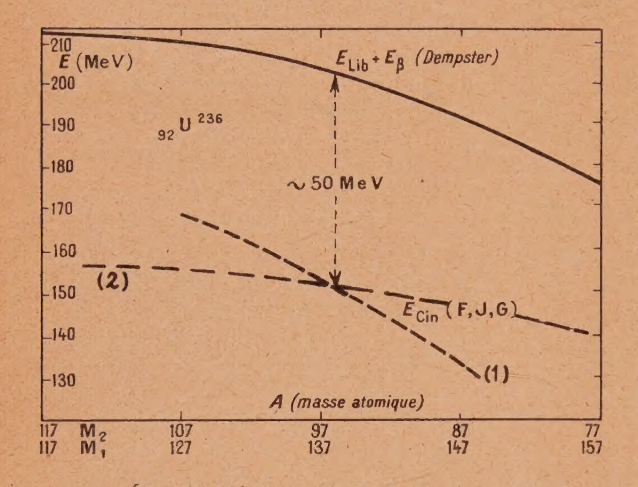


Fig. 2. — Énergie théorique de la fission (*en trait plein*) et énergie cinétique des fragments en fonction de la dissymétrie de ceux-ci (*en trait pointillé* : courbe 1 de F. J. G. → rapport des masses moyennes $\frac{\overline{m_2}}{m_1}$ en fonction de l'énergie totale; courbe 2 → énergie cinétique totale moyenne en fonction du rapport de masse $\frac{m_2}{m_1}$.

trait pointillé). Cette différence est due, d'une part, à l'énergie des désintégrations β^- successives des fragments ($E_\beta \sim$ 20-30 MeV) et, d'autre part, à l'énergie d'excitation interne des fragments et à l'énergie totale emportée par l'émission des neutrons au cours de la bipartition [9] dont le nombre moyen varie entre 2 et 3 ($\Delta E = E_{\text{lib}} - E_{\text{cin}} \sim$ 20-30 MeV).

3. **Energie cinétique et dissymétrie des fragments de bipartition de ^{236}U.** — Si nous regardons les fragments de fission comme des sphères dont le rayon obéit à la loi simple et empirique $R = r_0 A^{\frac{1}{3}}$ et si l'énergie cinétique initiale des deux fragments est nulle au moment de la séparation, nous devons nous attendre à ce que *l'énergie due à la répulsion électrostatique* ($E_{\text{rép}}$) *juste avant la séparation de deux fragments soit égale à l'énergie cinétique totale de deux fragments* (E_{cin})

$$E_{\text{rép}} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_1 + R_2} = E_{\text{cin}}. \qquad (6)$$

Pour ^{236}U, utilisant

$$R = r_0 A^{\frac{1}{3}} \sim 1,5 \,.\, 10^{-13} A^{\frac{1}{3}} \text{ cm}$$

et les valeurs moyennes de $Z_1 \sim$ 52-54 et $Z_2 \sim$ 38-40, on obtient pour $E_{\text{rép}}$ la valeur

$$E_{\text{rép}} \sim 205 \text{ MeV},$$

qui est beaucoup plus grande que la valeur maximum de l'énergie cinétique observée ($\sim$ 180 MeV) [8].

Cette difficulté a été déjà examinée par Bohr et Wheeler. En effet, dans la figure 1, l'énergie nécessaire pour former au noyau composé correspondant à deux noyaux en contact avant la séparation est représentée par la courbe en trait pointillé, tandis que l'énergie du seuil de fission (E_f) est représentée par la courbe en trait plein. La différence d'énergie de ces deux courbes pour les noyaux très lourds est de l'ordre de 25 MeV. Ces auteurs ont expliqué cette difficulté par le fait que pendant l'acte de bipartition la surface du noyau composé se déchire seulement pour une distance entre deux centres des noyaux naissants supérieure à la somme des rayons de deux noyaux en contact. Pour la même raison, la surface de la goutte déformée juste avant le déchirement est plus grande que celle de deux noyaux dans l'état fondamental et, par conséquent, les fragments possèdent généralement de l'énergie d'excitation interne.

Cette difficulté peut être aussi expliquée par l'argument suivant sans avoir besoin d'entrer dans les détails du processus de la bipartition. La situation de notre problème ressemble beaucoup au cas de la radioactivité α [6], dans lequel l'énergie cinétique de la particule α est inférieure à l'énergie de répulsion électrostatique entre la particule α et le noyan désintégré en contact dans l'état fondamental. *Cette analogie nous conduit à penser que les deux fragments se séparent par l'effet de tunnel dont l'explication quantique est bien connue* [10].

Cette suggestion a l'avantage de coïncider avec l'argument de Frenkel [11] sur la dissymétrie des masses des fragments de bipartition. En effet, le modèle simple de la goutte liquide du noyau ne permet pas d'expliquer la dissymétrie des fragments [12]. Généralement on pense que cet effet pourrait être expliqué par la diminution du seuil de fission (E_f) avec l'augmentation de la dissymétrie, par contre, Frenkel a pensé qu'il s'agit plutôt de l'effet de tunnel.

La probabilité de fission par unité de temps [11] est donnée par

$$P = \nu\, e^{\left[-\frac{4\pi}{h}\int\sqrt{2M_{1,2}\,|\,U(q)-E\,|}\,dq\right]}, \qquad (7)$$

où $U(q)$ est l'énergie potentielle; E, l'énergie d'excitation au-dessus de l'énergie minimum du noyau composé; q, la distance des centres de gravité de deux fragments naissants et $M_{1,2}$ est la masse réduite des fragments $M_{1,2} = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}$ (*fig.* 3). Quand E est inférieure à $U_{\max}$, $M_{1,2}$ décroît lorsque le rapport $\frac{M_2}{M_1}$ décroît. Cette tendance sera compensée

par l'augmentation du seuil de fission $U_{\max}$, de sorte que la probabilité de fission (P) a une valeur maximum vers $\frac{M_2}{M_1} \sim 0{,}7$. Cette façon de traiter le problème donnerait un seuil de fission ($U_{\max}$) supérieur à celui donné par Bohr et Wheeler (E_f).

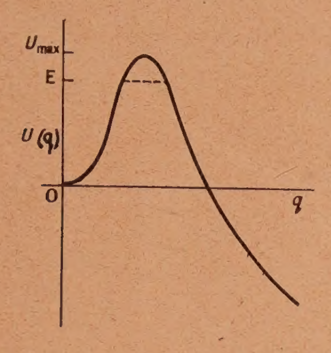


Fig. 3. — Énergie potentielle des deux fragments naissants en fonction de la distance entre leurs centres de gravité.

4. **Energie cinétique et rayons des fragments de ^{236}U.** — Dans la section précédente, on voit que les fragments sont généralement dans l'état excité après la séparation et ont des formes différentes d'une sphère. Pour la simplicité du calcul, nous pouvons comparer les fragments à des sphères agrandies (*fig.* 4) dont les rayons peuvent être déduits de l'énergie cinétique observée.

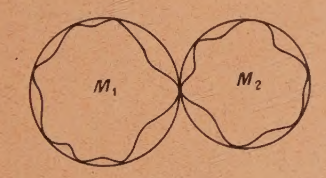


Fig. 4. — Schéma simplifié de deux fragments lourds en contact.

Tout récemment, Amaldi et ses collaborateurs [13] ont étudié la diffusion des neutrons rapides par des noyaux et obtenu le rayon nucléaire suivant :

$$R = \left(1{,}52\,A^{\frac{1}{3}} + 0{,}692\right).10^{-13}\ \text{cm}. \qquad (8)$$

Cette formule s'accorde très bien avec les valeurs expérimentales dans le domaine des masses comprises entre 50 et 150. Pour les noyaux très lourds, il semble que la formule classique $R \sim 1{,}5.10^{-13}$ cm s'accorde mieux avec l'observation. *Ceci indiquerait que la densité nucléaire augmente avec la masse.*

En admettant que, pour ^{236}U, les fragments de bipartition les plus probables sont

$$M_1 = 138, \quad Z_1 \sim 52-54, \quad R_1 = 8{,}6.10^{-13}\ \text{cm},$$
$$M_2 = 96, \quad Z_2 \sim 38-40, \quad R_2 = 7{,}7.10^{-13}\ \text{cm},$$

où R est calculé d'après la formule (8), on obtient pour l'énergie due à la répulsion électrostatique (en supposant que M_1 et M_2 sont en contact)

$$E_{\text{rép}} \sim 188\ \text{MeV},$$

en accord avec la valeur maximum de l'énergie cinétique totale observée ($\sim$ 180 MeV) [8].

Cette concordance nous suggère que l'*état le moins excité des fragments est à peu près identique à l'état normal et que l'énergie cinétique maximum peut être déduite de l'énergie électrostatique des deux noyaux de rayons normaux en contact* (rayons nucléaires d'Amaldi et ses collaborateurs).

Pour les rayons moyens dans les états excités, on peut les évaluer approximativement par

$$E_{\text{cin}} = E_{\text{rép}} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{K[R_1 + R_2]}, \quad \text{où} \quad R^\star = KR. \qquad (9)$$

Connaissant la distribution des valeurs expérimentales de E_{cin} [8] (*fig.* 5 *a*), on déduit la distribution

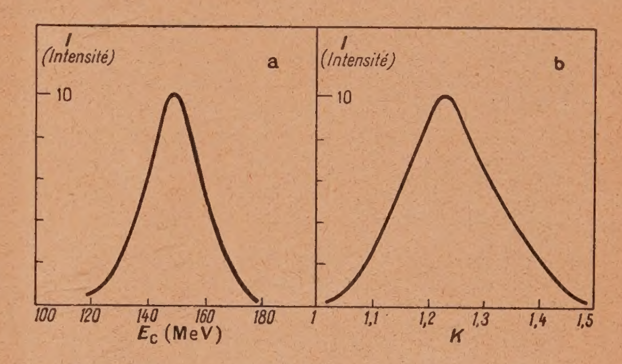


Fig. 5 — *a*. Distribution de l'énergie cinétique totale des fragments; *b*, distribution correspondante des rayons moyens des fragments $R^\star = KR$.

correspondante des rayons des fragments excités, ou, ce qui revient au même, la distribution de K (*fig.* 5 *b*). Cette relation a une importance pour les discussions sur la tripartition des noyaux lourds.

5. **Fission des noyaux plus légers que U et Th.** — Le seuil de fission (E_f) d'après l'estimation de Bohr et Wheeler a été vérifié pour des éléments autour de Th et U, mais pour les noyaux plus légers que Bi, l'accord entre la théorie et l'expérience n'est plus aussi satisfaisant, il semble que E théorique soit beaucoup plus faible que ce qu'on observe.

Broda et Wright ont étudié la fission de Pb et Bi par les neutrons rapides de Li-D ($E_{n\,(\max)} \sim 15$ MeV) à l'aide des méthodes chimique et photographique [14]. Ho Zah-Wei a aussi essayé de détecter la fission de Bi, Pb, Hg et W par la méthode de l'émulsion photographique en utilisant les neutrons rapides de l'énergie maximum de 21 MeV [15]. Les énergies maxima des neutrons utilisés dans ces deux expériences sont toutes supérieures aux seuils

de fission de ces éléments (Bohr et Wheeler), mais les résultats sont tous négatifs. Maintenant avec le grand cyclotron, le groupe de Californie [16] a pu détecter la fission de Bi et Pb par α de 400 MeV, D de 200 MeV ou *n* de 100 MeV et aussi celle de Bi par D de 50 MeV.

Pour comprendre ces divergences entre la théorie et l'expérience, nous pouvons raisonner de la façon suivante :

Dans la section précédente, nous avons vu que l'énergie cinétique maximum observée expérimentalement pour ^{236}U est en accord avec l'énergie de la répulsion électrostatique ($E_{\text{rép}}$) de deux fragments en contact. *Utilisant cette valeur de base de R* (Amaldi et ses collaborateurs) *pour les fragments de bipartition symétrique dans les états les moins excités,* on peut calculer, pour d'autres noyaux lourds, E_{cin} correspondante et la comparer à l'énergie libérable d'un noyau qui capture un neutron d'énergie cinétique nulle ($E_{\text{lib}} + E_n$, où E_n est l'énergie moyenne de liaison du neutron capturé sans tenir compte de la parité du noyau) (*fig.* 6).

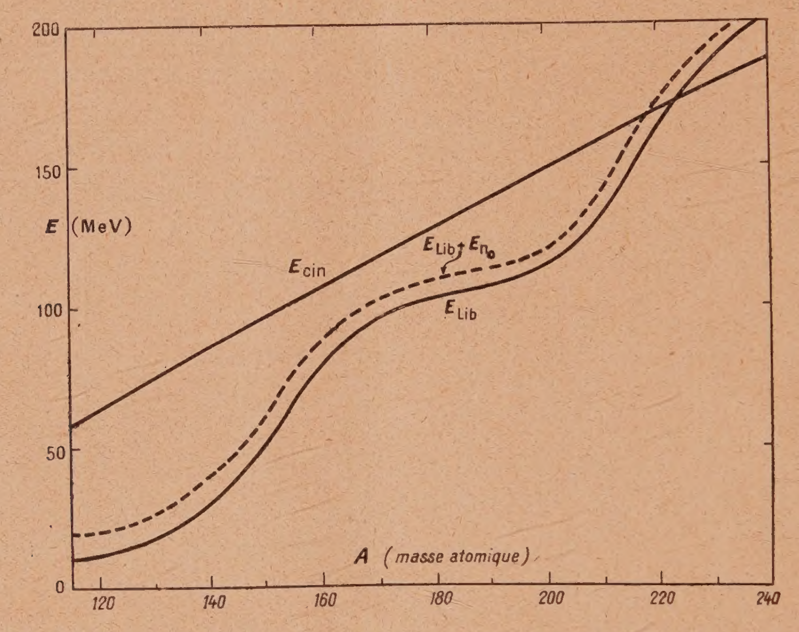


Fig. 6. — Énergie libérable et énergie cinétique des fragments calculées en fonction de la masse du noyau.

En soustrayant $E_{\text{rép}}$ ($= E_{\text{cin}}$) de ($E_{\text{lib}} + E_n$), on obtient la courbe I de la figure 7 représentant le minimum de l'énergie cinétique des neutrons incidents pour que l'énergie libérable par la bipartition plus l'énergie du neutron (cinétique + liaison) dépasse l'énergie cinétique pour les deux fragments en contact

$$[E_{\text{lib}} + E_{n\,(\text{liaison}+\text{cinétique})}] > E_{\text{cin}},$$

c'est-à-dire *la condition nécessaire pour que le mécanisme de bipartition soit réalisable.*

Sur la courbe II de la figure 7, nous représentons l'énergie cinétique moyenne du neutron incident pour atteindre le seuil de fission (E_f) d'après Bohr et Wheeler [équation (5)] sans tenir compte des différentes valeurs de *A* pour le même *Z*.

En comparant les courbes I et II, on remarque que *quand* $A \gtrsim 220$, *une fois le seuil de fission atteint, l'énergie libérable est suffisamment grande pour fournir l'énergie cinétique aux fragments,* par conséquent, *la fission se fait automatiquement.* Pour cette raison, la théorie de Bohr et Wheeler est vérifiée pour les noyaux de Io à U. Par contre, *quand* $A < 220$, *même si le seuil de fission est atteint* (ce qui représente le minimum de l'énergie pour atteindre l'instabilité du noyau vis-à-vis de la fission), *il faut fournir encore de l'énergie au noyau composé pour que l'énergie libérable soit rendue utilisable.*

Dans les cas de Bi, Pb, Hg et W, l'énergie cinétique des neutrons pour atteindre le seuil de fission est en moyenne de (courbe II)

Bi.......	4 MeV	Hg.......	6 MeV
Pb.......	5 »	W.......	9 »

mais l'énergie cinétique des neutrons à fournir pour que l'énergie libérable soit rendue utilisable (c'est-à-dire pour que les fragments possèdent l'énergie cinétique nécessaire) est au moins de (courbe I)

Bi.......	24 MeV	Hg.......	29 MeV
Pb.......	26 »	W.......	22 »

Dans les expériences de Broda et Wright et de Ho Zah-Wei, les énergies cinétiques maxima des neutrons sont d'environ 15 et 21 MeV respectivement. *Elles sont toutes suffisantes pour atteindre les valeurs*

des seuils de fission d'après Bohr et Wheeler, mais insuffisantes pour fournir l'énergie nécessaire des fragments. Ceci pourrait expliquer les résultats négatifs de ces auteurs et les résultats positifs du groupe de Californie.

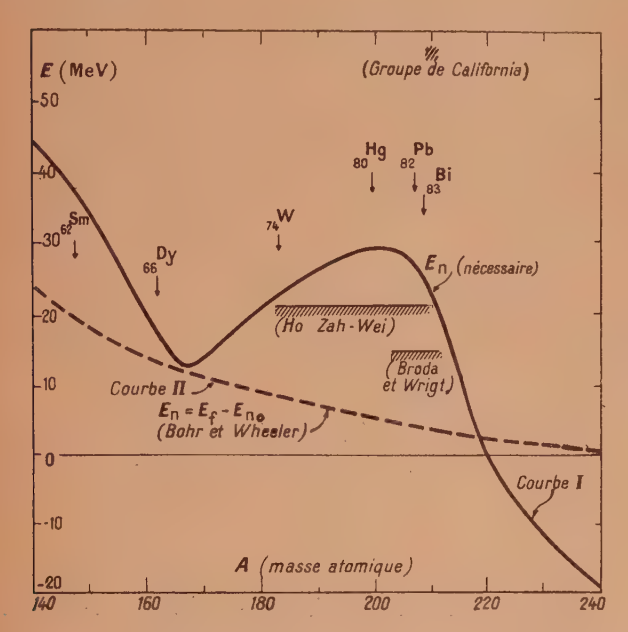


Fig. 7. — Énergie cinétique nécessaire au neutron incident pour produire la fission en fonction de la masse du noyau.
Courbe I : d'après l'énergie cinétique des fragments et l'énergie libérable lors de la fission.
Courbe II : d'après le seuil de fission calculé par Bohr et Wheeler.

La divergence entre les valeurs des seuils calculées par Bohr et Wheeler et les énergies nécessaires des neutrons estimées dans cette section provient probablement du fait que la théorie de Bohr et Wheeler est basée sur l'incompressibilité de la matière nucléaire, c'est-à-dire une densité nucléaire constante, tandis que les expériences d'Amaldi et ses collaborateurs semblent indiquer une augmentation de la densité nucléaire avec la masse. Dans une discussion sur la relation semi-empirique de l'énergie nucléaire, Feenberg a aussi suggéré que pour concilier la théorie de la fission et la courbe de packing fraction, il faudrait introduire la compressibilité du noyau [17].

Du point de vue expérimental, il serait intéressant de vérifier que l'énergie cinétique nécessaire des neutrons incidents est plus petite pour les noyaux de masse $150 < A < 180$ que pour $180 < A < 210$ (courbe I).

Toutefois, il convient de signaler que $E_{\text{rép}}$ (E_{cin}) est calculé arbitrairement en utilisant la valeur de base de $E_{\text{rép}}$ pour ^{236}U et que les considérations précédentes sont relatives à la bipartition symétrique. Pour les cas de bipartition dissymétrique, bien plus courants, et en tenant compte des fluctuations individuelles $\left(\text{fluctuations de packing fraction, de l'énergie de liaison du neutron et de } \frac{Z^2}{A}\right)$, les valeurs citées ci-dessus peuvent bien avoir un écart de l'ordre de 10 MeV. Mais l'allure et l'ordre de grandeur de la courbe I de la figure 7 restent corrects. Le maximum de la courbe vers $A = 200$ est dû au fait que la pente de la courbe de packing fraction dans le domaine des masses 90-105 est double de celle dans le domaine massique de 180-210 [5, 17].

III. — TRIPARTITION.

Tout dernièrement, en commun avec mes collaborateurs, nous avons mis en évidence des phénomènes de tripartition (¹) et quadripartition de l'uranium par la méthode photographique [18, 19, 20]. D'après la direction du troisième fragment, j'ai discuté le mécanisme du premier phénomène et conclu que les trois fragments sont émis très probablement à l'instant même de la séparation [21]. En même temps que notre première publication, Demers [22] a publié aussi, indépendamment, un travail sur l'observation d'une particule légère en connection avec les fragments de fission de l'uranium bombardé par les neutrons lents. Après, Green et Livesey [23] (²); Farwell, Segré et Wiegand [24] et Wollan, Moak et Sawyer [25] ont publié à leur tour des travaux sur le même genre d'observation. La simultanéité de l'émission des trois fragments a été aussi soutenue par Feather [26] et Wollan, Moak et Sawyer [25].

D'après nos études systématiques sur U [20, 27, 28, 29] et Th [30] par les neutrons lents et rapides et celles d'autres auteurs sur U [22, 23, 24, 25] et Pu [24] par les neutrons lents, il semble qu'on puisse tirer les conclusions suivantes :

a. Dans 1-2 pour 100 des cas de fission de tous les noyaux composés (^{233}Th, ^{236}U, ^{239}U, ^{240}Pu) un troisième fragment léger est émis avec les deux fragments lourds. D'après la détermination des masses [20, 27, 28, 29] et des considérations sur l'ionisation [24] et de l'espacement des grains dans l'émulsion photographique [25], ces fragments ont

(¹) Au cours de la cérémonie à la mémoire de la mort de Lord Rutherford, tenue à Paris, le 7 novembre 1947, le Professeur Saha a attiré notre attention sur le fait qu'il a suggéré l'hypothèse de la tripartition de l'uranium pour expliquer des phénomènes de la couronne solaire (*Proc. Nat. Inst. Sci. India*, 1942, **8**, p. 99).

(²) A la conférence de Cambridge (juillet 1946) sur les particules élémentaires, D. L. Livesey a projeté une photo dans laquelle la fission de l'uranium est accompagnée d'une particule de long parcours [29]. Le rapport de cette conférence a été publié à la fin de 1947. Ce travail est antérieur aux nôtres [18]. D'autre part, un travail de Cassels, Dainty, Feather et Green cité dans l'article de Green et Livesey est aussi paru vers la fin de 1947 (*Proc. Roy. Soc.*, 1947, **191**, p. 432).

des masses généralement inférieures à 12 et une partie pourrait être des particules α ([3]).

b. D'après leur parcours, ces fragments peuvent être divisés en deux groupes : *le groupe le plus fréquent, avec un parcours court* ($L < 3$ cm *dans l'air*), *existe dans la fission pour tous les éléments considérés* (expérimentalement, ^{240}Pu n'a pas été étudié dans des conditions favorables pour ce phénomène; d'autres expériences seront nécessaires pour confirmer cette conclusion générale).

Le groupe le moins fréquent de long parcours [5 cm $< L <$ 45 cm ([4])] *existe seulement dans le cas des fissions par neutrons lents* (^{236}U et ^{240}Pu), *sa fréquence relative varie avec l'élément, celle de* ^{236}U (0,3 pour 100 par rapport au nombre de bipartition, environ 20 pour 100 par rapport à la fréquence totale de l'émission du troisième fragment) *est deux fois plus intense que celle de* ^{240}Pu [20, 23, 24, 29].

En considérant l'énergie du seuil de fission (E_f) [équation (5)] et l'énergie de liaison du neutron incident dans le noyau composé, on a l'énergie d'excitation suivante, d'après les conditions expérimentales.

TABLEAU II.

	$^{240}_{94}$Pu.	($^{234}_{92}$U).	$^{236}_{92}$U.	$^{239}_{92}$U.	$^{233}_{90}$Th.	
E_f (MeV)................	4,4	(4,9)	5,4	6,1	7,2	
E_n (liaison) (MeV).........	∼6,4	(∼6,4)	∼ 6,4	∼ 5,4	∼ 5,4	
E (excitation avec n lent) (MeV).................	**∼2,0**	**(∼1,5)**	**∼ 1,0**	∼− 0,7	∼− 1,8	
			<10,9	< 10,9	< 10,9	+ E_n (cinétique) (MeV)
			<11,9	< **10,2**	< **9,1**	E (excitation avec n rapide utilisé) (MeV)

On voit qu'en capturant un neutron lent, l'énergie d'excitation de ^{240}Pu *est plus grande que celle de* ^{236}U *et, d'autre part, qu'avec les neutrons rapides de* Be-D ($E_D = 6,7$ MeV *et* $E_n \sim 10,9$ MeV), *l'excitation de* ^{236}U, ^{239}U ou ^{233}Th *est généralement beaucoup plus élevée.* Ceci nous conduit à penser que *la fréquence relative de l'émission du troisième fragment de long parcours dépend probablement de l'excitation du noyau composé, les niveaux moins élevés favorisant ce phénomène* [29, 30]. L'étude du noyau composé ^{234}U serait très intéressante à confronter avec cette conclusion, la fréquence relative de l'émission du troisième fragment de long parcours, dans ce cas, serait intermédiaire entre celles de ^{240}Pu et ^{236}U.

c. Le troisième fragment est émis de préférence dans une direction perpendiculaire à celle des deux fragments lourds. Soit α_1, l'angle fait par le troisième fragment (M_3) avec le fragment le plus lourd (M_1) et α_2, celui avec le deuxième fragment lourd (M_2).

En général,

$$\alpha_1 > \alpha_2,$$

ce qui indique que M_1 prend plus d'impulsion que M_2. Dans le cas de ^{236}U, on a la valeur moyenne [29]

$$\theta = \frac{1}{2}\Delta\alpha = \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2) = 8^\circ \pm 2^\circ$$

pour M_3 de long parcours.

Pour M_3 de parcours court, on a la valeur moyenne

$$\theta = 20^\circ \pm 4^\circ$$

pour ^{233}Th, ^{236}U et ^{239}U [28, 29, 30].

d. Les valeurs moyennes de masses des fragments de tripartition de ^{236}U sont respectivement [29]

$$(M_1)_T = 130, \quad (M_2)_T = 99, \quad (M_3)_T = 4 - 7,$$

tandis que les valeurs de masses les plus probables de bipartition de ^{236}U sont [7]

$$(M_1)_B = 138, \quad (M_2)_B = 96.$$

En tenant compte des erreurs dans la détermination de masses de tripartition, il est raisonnable de conclure que

$$(M_1)_T + (M_3)_T \sim (M_1)_B.$$

([3]) Dans un cas particulier, nous avons obtenu $M_3 = 32 \pm 5$, totalement différente de la masse de la particule α [28, 29]. Dans le travail de Wollan, Moak et Sawger [25], parmi 20 cas de tripartition observés, un cas a montré que l'angle fait entre deux fragments lourds est 180 + 23°. Un calcul approximatif nous permet de déterminer la masse du fragment léger, M_3, qui est de l'ordre de 15, nettement différente de la masse de la particule α.

([4]) Le parcours maximum dans l'émulsion est de 244 μ. Si l'on admet le pouvoir d'arrêt de l'émulsion donné par Lattès, Fowler et Cüer (*Nature*, 1947, **159**, p. 301), on obtient L_{max} = 48 cm dans l'air.

Ceci est en accord avec l'hypothèse suivant laquelle $(M_1)_B$ est moins stable que $(M_2)_B$ [21 *bis*].

Après le rappel de ces faits principaux, nous voudrions, dans ce qui suit, utiliser le schéma simplifié de la tripartition [21] dans le but d'expliquer quantitativement le parcours et l'angle d'émission de M_3 et de préciser, d'une façon indépendante des conditions expérimentales, la nature, la masse et le temps d'émission de M_3, et finalement d'essayer de donner une image cohérente des faits observés.

1. Schéma simplifié de la tripartition [21]. — D'après le modèle de la goutte liquide du noyau, Present [31] a étudié la théorie de la fission de Bohr et Wheeler et a conclu que si l'amplitude de déformation du quatrième harmonique est importante, il peut arriver que le noyau composé se déforme en trois gouttelettes colinéaires. L'une des gouttelettes extrêmes (lourdes) pourrait se détacher la première en laissant le reste dans un état excité, lequel se séparerait immédiatement après.

Dans la discussion du mécanisme de la tripartition [21, 29], nous avons conclu que la gouttelette centrale est généralement petite par rapport aux deux extrêmes. Sous l'effet de dissymétrie des deux fragments lourds ou sous l'effet de vibration violente, il peut arriver qu'avant la séparation, la gouttelette centrale puisse atteindre une configuration dans laquelle elle est hors de l'axe de déformation. Dans ces conditions, nous représentons le schéma simplifié de tripartition par deux cas extrêmes de la configuration de la goutte liquide déformée avant la séparation et un cas intermédiaire entre ces deux limites :

a. Trois sphères représentant les fragments sont en contact l'une avec les autres (M_3 est hors de l'axe de deformation) (*fig.* 8 *a*);

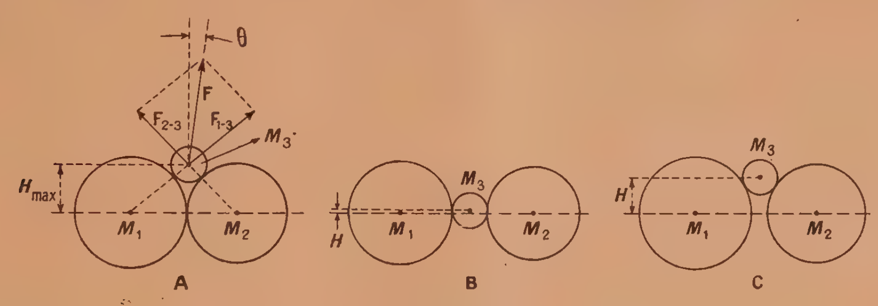


Fig. 8. — Schéma simplifié de la tripartition.
A. $H_{max} \sim 6.10^{-13}$ cm. B. $H < 0{,}15.10^{-13}$ cm. C. $0{,}15.10^{-13}$ cm $< H < H_{max}$.

b. Trois sphères sont presque colinéaires (M_3 est très peu écarté de l'axe de déformation) (*fig.* 8 *b*).

c. Le cas intermédiaire (*fig.* 8 *c*).

D'après la détermination des masses [29] les valeurs moyennes pour les fragments sont :

$$M_1 = 130, \qquad M_2 = 99, \qquad M_3 = 4 - 7.$$

Les charges moyennes correspondantes aux M_1 et M_2 sont estimées aux valeurs suivantes [7] :

$$Z_1 \sim 50, \qquad Z_2 \sim 40.$$

En adoptant les nouvelles valeurs des rayons nucléaires d'Amaldi et ses collaborateurs, on a

$$R_1 = 8{,}4.10^{-13} \text{ cm}, \qquad R_2 = 7{,}8.10^{-13} \text{ cm}.$$

Nous prendrons pour $R_3 \sim 2.10^{-13}$ cm.

2. Parcours et angle d'émission du troisième fragment. — En utilisant le schéma *a* (*fig.* 8) de tripartition et en supposant que :

1° Les trois fragments se séparent simultanément;

2° M_3 est émis sous l'influence des répulsions électrostatiques de M_1 et M_2;

3° La vitesse initiale de $M_3 \sim 0$.

Nous pouvons calculer numériquement et graphiquement les vitesses et les positions de M_1, M_2 et M_3 en fonction du temps, connaissant à chaque instant la résultante F des forces F_{1-3} et F_{2-3} qui sont proportionnelles à $Z_1 Z_3$ et $Z_2 Z_3$ et inversement proportionnelles aux carrés des distances reliant le centre de M_3 à ceux de M_1 et M_2.

A. Parcours de M_3 en fonction de $\frac{Z_3}{A_3}$. Il est évident que F dépend de la charge Z_3 et l'accélération $\frac{F}{A_3}$ dépend du rapport $\frac{Z_3}{A_3}$. Pour les valeurs de $\frac{A_3}{Z_3} = 1$, 2, 2.5 et 3, nous avons calculé la vitesse en fonction du temps et obtenu les courbes suivantes (*fig.* 9).

Les vitesses tendent vers une limite au bout de 10^{-20} s. Les valeurs asymptotiques sont données dans le Tableau suivant avec les parcours en air équivalent correspondants.

La comparaison avec la distribution expérimentale des vitesses de M_3 de long parcours (*fig.* 10) indique que $\frac{A_3}{Z_3}$ *doit avoir une valeur* ≥ 2. *Le parcours maximum*

expérimental L — 45 cm ou 48 cm *s'accorde parfaitement avec la valeur théorique pour le cas* $\frac{A_3}{Z_3} = 2$.

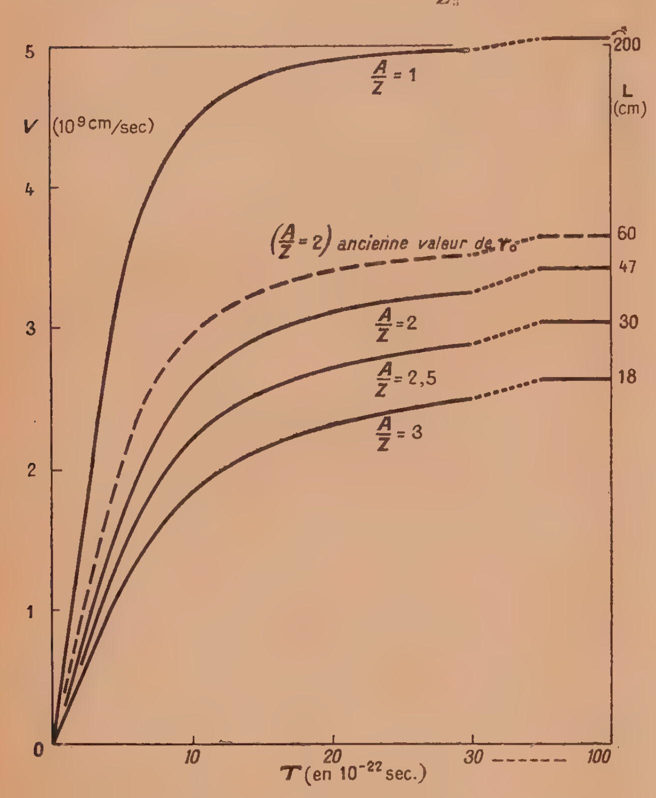


Fig. 9. — Variation de la vitesse de M_3 en fonction du temps pour les différentes valeurs de $\frac{A_3}{Z_3}$.

Par conséquent, indépendamment de toutes les conditions expérimentales, on peut conclure de cette étude que M_3 ne peut pas être ${}^1_1H$ ou ${}^3_2He$.

TABLEAU III.

$\frac{A_3}{Z_3}$	1.	2.	2,5.	3.
V_{asymp} (10^9 cm : s)....	5,0	3,4	3,0	2,6
$L_{parcours}$ (cm)........	200	47	30	18

D'autre part, on peut conclure aussi que le nouveau rayon nucléaire d'Amaldi et ses collaborateurs convient mieux aux fragments de fission, car avec la valeur ancienne, on a

$$V_{asymp} = 3{,}6.10^9 \text{ cm : s} \qquad \text{pour} \quad \frac{A_3}{Z_3} = 2,$$

ce qui correspond à un parcours de 60 cm, qui est plus grand que le parcours maximum observé (*fig.* 9 et 10).

B. Variation de V_3 en fonction de l'excitation des fragments lourds et en fonction de la position de M_3. — Dans la discussion sur la bipartition, nous avons déduit la distribution des rayons moyens $R^* = KR$ des fragments de bipartition de ${}^{236}U$. Il est vraisemblable que les fragments lourds de tripartition suivent aussi le même genre de distribution. En gardant le même rayon nucléaire pour M_3, on peut calculer les vitesses V_3 en fonction du temps (*fig.* 11) et obtenir la distribution des vitesses asymptotiques pour $\frac{A_3}{Z_3} = 2$ (*fig.* 10, courbe

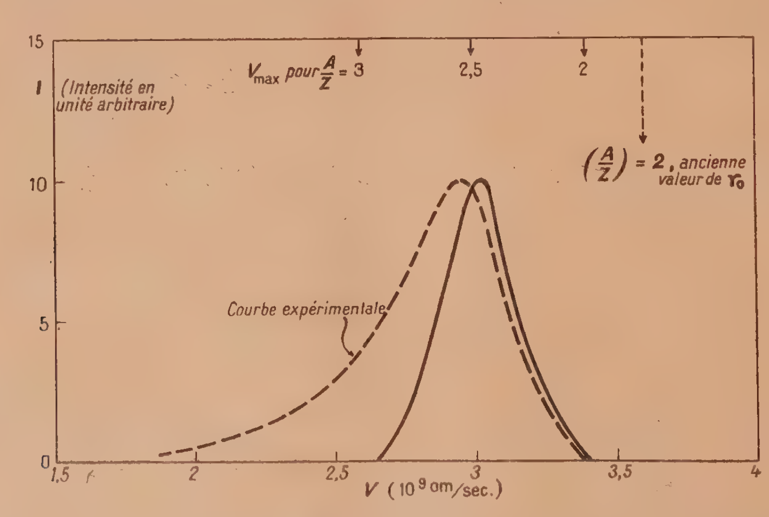


Fig. 10. — Comparaison de la courbe expérimentale (pointillée) de I — V de M_3 de long parcours avec les valeurs maxima théoriques (V_{max}) correspondant aux différentes valeurs de $\frac{A_3}{Z_3}$. La courbe en trait plein correspond à la distribution théorique de I-V pour $\frac{A_3}{Z_3} = 2$. Les intensités maxima de deux courbes sont prises pour la même valeur.

en trait plein). Le même genre de distribution est obtenu aussi pour d'autres valeurs de $\frac{A_3}{Z_3}$.

On voit que (fig. 10), la courbe théorique se rapproche de la distribution expérimentale (courbe en trait pointillé).

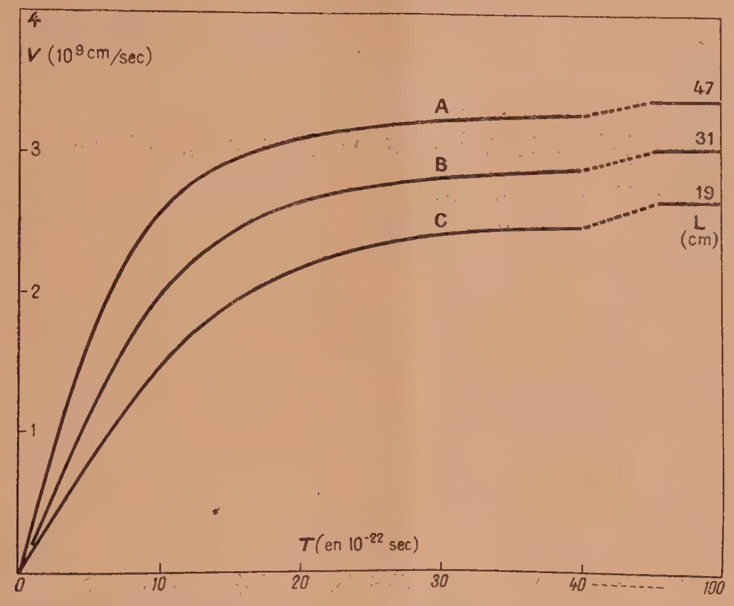


Fig. 11. — Variation de la vitesse de M en fonction du temps pour les différents rayons nucléaires moyens des fragments lourds. A. $R^* = R$ où R = rayon nucléaire d'après Amaldi et ses collaborateurs; B. $R^* = KR$, $K = 1{,}23$; C. $R^* = K'R$, $K' = 1{,}5$.

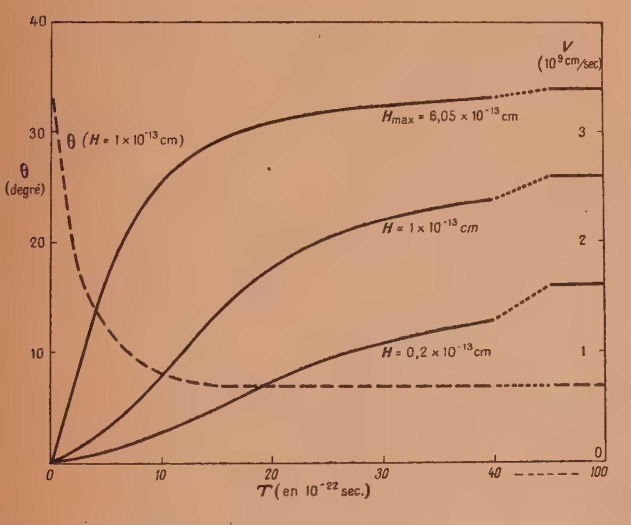


Fig. 12. — Variation de la vitesse de M_3 en fonction du temps pour les différentes valeurs de H. La courbe pointillée représente la variation de l'angle d'émission θ de M_3 en fonction du temps ($H = 1.10^{-13}$ cm).

Si maintenant la position de M_3 se rapproche de l'axe de déformation, mais se maintient en contact avec M_1 et M_2 (*fig.* 8 *c* et *b*), on peut calculer aussi les vitesses de M_3 en fonction de H pour une valeur donnée de K (*fig.* 12), où H est la distance entre le centre de gravité de M_3 et l'axe de déformation.

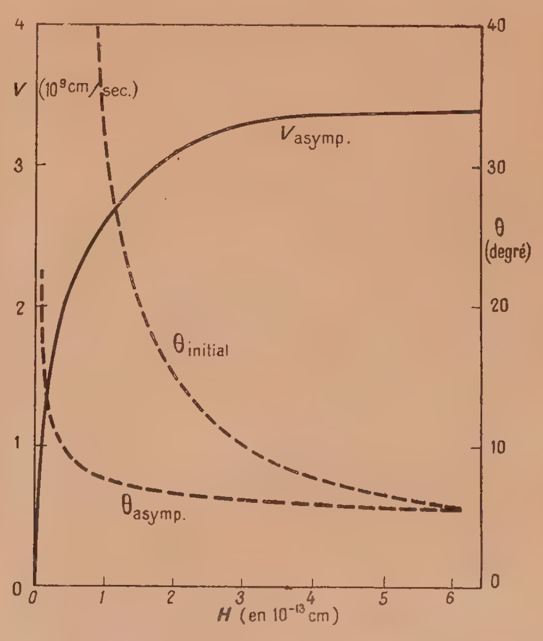


Fig. 13. — Variation de la vitesse asymptotique, de l'angle initial d'émission et de l'angle asymptotique (en fonction de H).

Les valeurs asymptotiques de vitesse en fonction de H sont données dans la figure 13 (courbe en trait plein).

On voit que les courbes vitesse-temps (V-T) (*fig.* 12) ont un point d'inflexion et que la vitesse V_{asymp} (*fig.* 13) varie peu quand H décroît de 6 à $2 \cdot 10^{-13}$ cm et diminue beaucoup quand $H < 1 \cdot 10^{-13}$ cm.

Pour un état d'excitation donné des fragments lourds (K donné), la vitesse asymptotique V_{asymp} est une fonction de H. Supposons, pour simplifier, que *H soit distribué uniformément, c'est-à-dire que H ait une chance constante de se trouver dans n'importe quelle position possible, on peut alors calculer la distribution d'une raie de vitesse de M_3*. Pour $\frac{Z_3}{A_3} = 2$ et $K = 1$, on a la structure de la raie de vitesse représentée dans la figure 14.

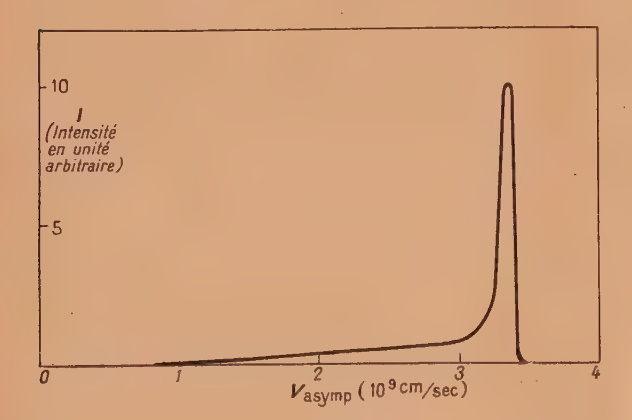


Fig. 14. — Structure d'une raie de vitesse asymptotique due à la position de M_3 (en fonction de H).

Conclusion. — De ces études, il est très probable que la courbe expérimentale (I-V) pour M_3 de long parcours (*fig.* 10, courbe en trait pointillé) est quantitativement due aux trois causes différentes :

1° M peut avoir des valeurs $\frac{A_3}{Z_3} = 2$, 2,5 et 3. Probablement le groupe correspondant à $\frac{A_3}{Z_3} = 2$ est le plus intense.

2° Pour chaque valeur de $\frac{A_3}{Z_3}$, on a une distribution de vitesses en fonction de l'excitation moyenne des fragments (par conséquent en fonction de K) (courbe V-K).

3° Pour chaque valeur de la distribution V-K, on a une structure de la raie de vitesse due à la position de M_3.

Toutes ces causes contribuent à étaler la courbe théorique de distribution de vitesses vers les faibles valeurs à partir de V_{max} pour $\frac{A_3}{Z_3} = 2$, ce qui est en bon accord avec la distribution expérimentale.

En confrontant avec la détermination de masse M_3 [29] ($A_3 = 4$-7, sauf un cas particulier où $A_3 = 32 \pm 5$), *nous pouvons conclure que M_3 est constitué principalement par* ${}_2^4He$, ${}_3^6Li$, mélangés probablement avec ${}_2^6He$, ${}_3^7Li$, etc.

D'après le schéma simplifié de tripartition avant la séparation, la gouttelette centrale est sous l'influence presque égale de deux voisins massifs. Son existence est conditionnée d'abord par les attractions nucléaires presque égales et opposées de M_1 et M_2 et puis, par les répulsions électrostatiques de M_1 et M_2 juste avant la séparation. Pour satisfaire toutes ces conditions, il semble que le fragment M_3 doit avoir une stabilité nucléaire très grande. Ceci favoriserait d'avantage la conclusion que M_3 soit constitué principalement par les particules α.

C. Angle d'émission θ de M_3. — Pour M_3 de long parcours, expérimentalement nous avons obtenu la distribution suivante de α_2 (*fig.* 15, courbe en trait plein), angle fait par M_3 avec M_2, pour le cas de ${}^{236}U$. Par contre, pour M_3 de parcours court ($L < 3$ cm), pour les cas de ${}^{233}Th$, ${}^{236}U$ et ${}^{239}U$ nous avons la distribution semblable de α, représentée par la courbe en trait pointillé (*fig.* 15). Cette dernière a un étalement plus grand que celle de M_3 de long parcours.

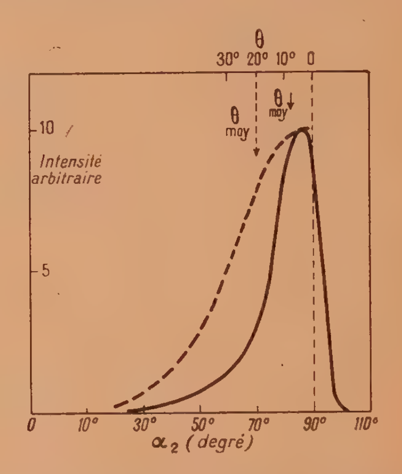


Fig. 15. — Variation angulaire expérimentale de la direction de l'émission de M_3.
Courbe en trait plein : M_3 de long parcours.
Courbe en trait pointillé : M_3 de court parcours.

Si l'on désigne par θ, l'angle d'émission par rapport à la direction perpendiculaire à l'axe de déformation, on a

$$\theta = \frac{1}{2}\Delta\alpha = \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2).$$

Pour M_3 de long parcours, la valeur moyenne de θ est ajoutée comme on l'a vu au § III.

$$\theta_{moy} = 8^\circ \pm 2^\circ.$$

Pour M_3 de parcours court, la valeur moyenne de θ est de même.

$$\theta_{moy} = 20^\circ \pm 4^\circ.$$

D'après le schéma simplifié de la tripartition, on peut calculer aussi l'angle de M_3 en fonction du temps. Il est à remarquer que θ ne varie pas sensiblement quand la courbe vitesse-temps (V-T) n'a pas de point d'inflexion (*fig.* 12, courbe pour H_{max}), par contre, si cette dernière en a ($H < H_{max}$), θ décroît jusqu'au temps T correspondant au point d'inflexion et puis tend vers la valeur asymptotique.

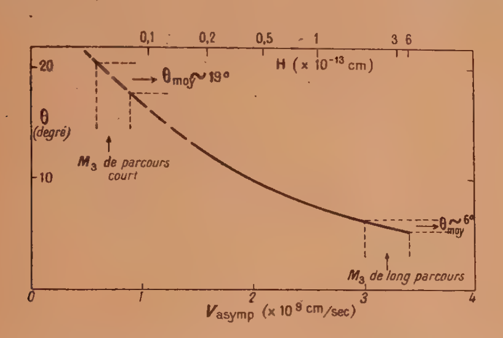


Fig. 16. — Relation entre la vitesse asymptotique (V_{asympt}), l'angle d'émission (θ) et la position (H) de M_3.

Un exemple de cette variation est montré dans la figure 12 (courbe en trait pointillé pour $H = 1.10^{-13}$ cm). Les variations de θ initiale et asymptotique en fonction de H sont données dans la figure 13 (courbes en trait pointillé). *On remarque que θ_{asympt} est d'autant plus grand que H est plus petit.*

Les relations entre θ_{asympt}, V_{asympt} et H sont clairement illustrées par la courbe de la figure 16 pour le cas $\frac{A_3}{Z_3} = 2$ et $K = 1$. Pour d'autres valeurs de $\frac{A_3}{Z_3}$ (> 2) et K ($\geqslant 1$), les courbes sont semblables, mais légèrement différentes en valeurs absolues pour θ, V et H.

Pour le groupe de M_3 de long parcours, la comparaison avec les courbes expérimentales (*fig.* 10, 14 et 17) montre que l'angle d'émission θ moyen correspondant à ces parcours est

$$\theta_{moy}\,(\text{théorique}) = 6^\circ \quad (\textit{fig.}\ 16).$$

Cette prévision théorique s'accorde bien avec la valeur expérimentale ($8 \pm 2^\circ$). D'ici, on peut conclure que *le groupe de M_3 de long parcours correspond au cas dans lequel M_3 est hors de l'axe de déformation.*

D'autre part, pour le groupe de parcours court (*fig.* 17), l'angle d'émission moyen correspondant à ces parcours est

$$\theta_{moy}\,(\text{théorique}) = 19^\circ \quad (\textit{fig.}\ 16),$$

ce qui est aussi en accord avec la valeur moyenne expérimentale ($20 \pm 4^\circ$). *Ceci nous conduit à penser que le groupe court correspond au cas dans lequel M_3 est presque colinéaire avec M_1 et M_2* ($H < 0,15.10^{-13}$ cm, d'après la relation de la figure 16).

Très probablement l'intensité de ce groupe augmenterait si H était plus petit que $0,05.10^{-13}$ cm, ce qui correspondrait aux parcours $L < 4$ mm dans l'air. Les trajectoires de tels parcours échapperaient à l'observation dans la plaque photographique, à cause de la confusion de ces trajectoires avec les grains isolés d'argent qui existent toujours dans nos conditions expérimentales.

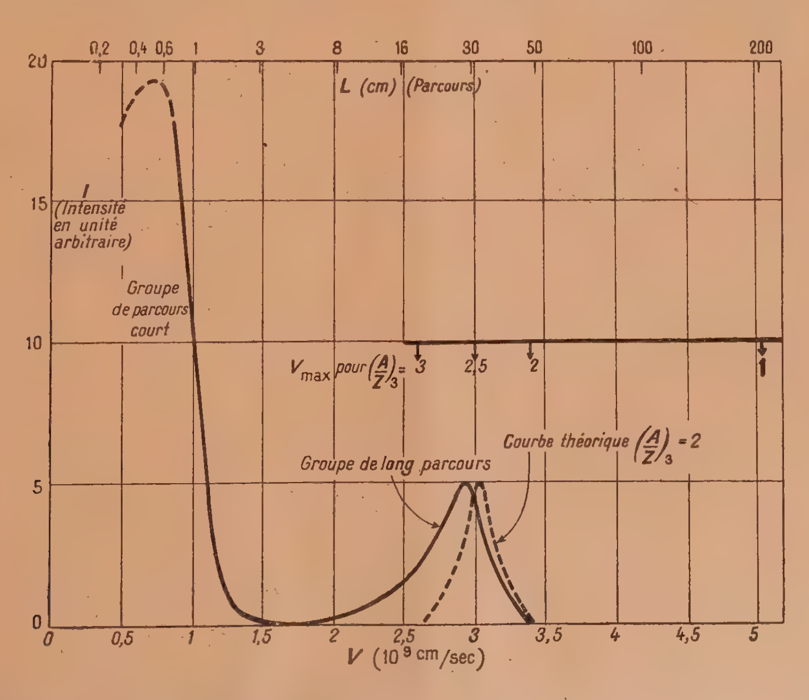


Fig. 17. — Comparaison de la distribution expérimentale de vitesse de M_3 avec les valeurs et la distribution théoriques.

3. **Temps d'émission du troisième fragment.** — D'après le schéma simplifié de tripartition, on sait que M_3 atteint la vitesse asymptotique pratiquement vers 10^{-20}s.

La variation de la valeur expérimentale de θ autour de la valeur moyenne θ_{moy} est due, d'une part, au rapport différent des masses et des charges de M_1 et M_2 et aux différents états d'excitation de ceux-ci; d'autre part, à la possibilité que l'un des deux fragments lourds se détache d'abord du reste du noyau déformé, ce dernier se scindant ensuite immédiatement, mécanisme déjà envisagé théoriquement par Present [31].

Examinons l'effet de ce processus. Supposons que M_2 soit détaché le premier du noyau composé (*fig.* 18), après un temps t, M_1 et M_3 se séparent spontanément.

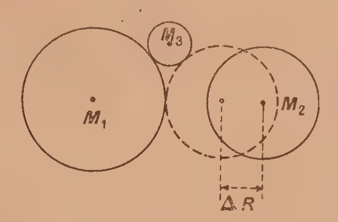


Fig. 18. — M_2 est supposé se détacher le premier. M_3 est émis quand M_2 atteint la position indiquée en cercle plein.

Le calcul détaillé de θ_{asmpt} en fonction de t montre que s'il y avait un délai entre l'émission de M_3 et d'un des fragments lourds, il semble que l'intervalle de temps serait de l'ordre de 10^{-21} s et inférieur à 10^{-20} s. La distance séparant M_1 et M_2 (ΔR) au moment de l'émission de M_3 serait généralement de l'ordre de 10^{-13} ou 10^{-12} cm (de l'ordre du rayon nucléaire d'un fragment lourd). D'après la distribution de θ, il semble que M_2 soit émis, le plus souvent le premier s'il y a un délai d'émission.

De ces études, on peut conclure que les trois fragments sont émis presque simultanément, la limite supérieure du délai d'émission de M_3 par rapport à l'instant de séparation de deux fragments lourds est de 10^{-20} s. Cette limite est beaucoup plus petite que la vie moyenne du noyau composé ($\sim 10^{-14}$ s).

L'émission différée de M_3 a des influences non seulement sur θ_{asympt} mais aussi sur V_{asympt} de M_3. Pour la même valeur de H, V_{asympt} diminue légèrement avec l'augmentation du délai d'émission. Ceci constitue une cause en plus des autres (III, 2) pour l'étalement de la courbe I-V vers les faibles vitesses (*fig.* 10).

Du rappel des faits expérimentaux, on a déduit que la somme de $[(M_1)_T + (M_3)_T]$ est approximativement égale à $(M_1)_B$; ceci pourrait conduire, à première vue, à ce que $(M_3)_T$ soit émis par le fragment lourd $(M_1)_B$ en mouvement [l'hypothèse de bipartition suivie de la radioactivité α de $(M_1)_B$]. Mais les faits :

α. M_3 est émis de préférence suivant la direction perpendiculaire à celles des M_1 et M_2;

β. M_1 emporte plus d'impulsion que M_2;

contredisent cette hypothèse, suivant laquelle la direction de M_3 aurait une distribution au hasard par rapport à M_1 et M_2 emporterait plus d'impulsion que M_1.

Ces arguments sont, en plus des autres, en faveur de l'hypothèse de *tripartition* (M_3 est préformé dans l'acte de déformation).

4. **Explication de deux modes de tripartition du noyau lourd.** — Dans le rappel des conclusions tirées des observations, nous avons exposé que l'émission de M_3 de parcours court est un phénomène général pour toutes les fissions des noyaux lourds avec une fréquence à peu près constante par rapport à celle de bipartition; par contre, celle de M_3 de long parcours est liée probablement à l'excitation du noyau composé, les niveaux moins élevés favorisant ce phénomène.

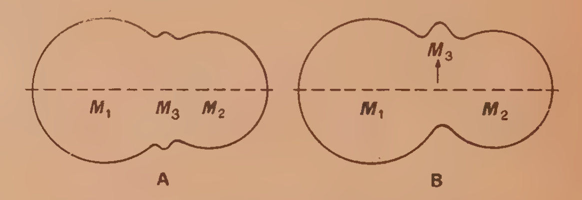


Fig. 19. — Schéma simplifié de la formation du troisième fragment M_3.
A. Cas général; B. Cas particulier pour certains cas de la tripartition avec énergie d'excitation assez basse.

D'autre part, d'après le schéma simplifié de tripartition, on peut interpréter quantitativement que M_3 de parcours court correspond au cas où M_3 est presque colinéaire avec M_1 et M_2, tandis que M_3 de long parcours correspond au cas où M_3 est hors de l'axe de déformation. Dans ce qui suit, nous voudrions donner une suggestion pour expliquer, d'une façon cohérente, tous ces faits principaux.

Quand un neutron pénètre dans un noyau lourd en donnant une excitation supérieure au seuil de fission du noyau composé, ce dernier va vivre un certain intervalle de temps, pendant lequel les constituants nucléaires vont s'arranger dans une configuration telle que la fission soit enfin rendue possible. Cet intervalle de temps qu'on appelle la vie moyenne du noyau composé est mal connu, mais, comme ordre de grandeur, on l'estime à 10^{-14} s. D'une façon générale, la vie moyenne d'un noyau composé est d'autant plus courte que l'excitation est plus élevée. Supposons le noyau ^{235}U,

capturant un neutron rapide ($E_n \sim 10$ MeV), l'énergie d'excitation est de l'ordre de 11 MeV au-dessus du seuil de fission. *Avec une telle excitation, le noyau composé a une vie moyenne relativement courte, dès que la déformation du noyau atteint trois gouttelettes presque colinéaires, ces dernières se séparent immédiatement. La conséquence expérimentale est qu'on n'observe que des M_3 de parcours court.*

Par contre, en capturant un neutron lent, le noyau composé ^{236}U formé a une excitation d'environ 1 MeV au-dessus du seuil de fission. *La vie moyenne, dans ce cas, est relativement longue et les constituants nucléaires s'orientent plus difficilement vers une configuration qui conduirait à la fission. Par conséquent, il y a une certaine probabilité que, lorsque le noyau composé atteint déjà la forme préliminaire de deux étranglements au long de l'axe de déformation, la gouttelette centrale naissante, sous l'effet de la dissymétrie de deux gros fragments ou de la vibration violente de la matière nucléaire, s'oriente hors de l'axe de déformation pour atteindre une configuration plus favorable à l'instabilité du noyau (fig. 19). Ceci se traduirait par la possibilité de l'émission de M_3, soit de parcours court, soit de long parcours. La probabilité d'avoir M_3 hors de l'axe de déformation (M_3 de long parcours) est d'autant plus grande que l'excitation du noyau est plus petite.*

Ainsi nous pouvons tenter de conclure que le rapport de la tripartition à la bipartition est à peu près constant pour tous les noyaux étudiés (1-2 pour 100 et pour une énergie d'excitation inférieure à 15 MeV). *La probabilité de la tripartition avec M_3 de long parcours est une fonction de l'énergie d'excitation du noyau composé, elle est d'autant plus grande que l'excitation est moins élevée.* (Exemple : pour ^{235}U + neutron lent, l'énergie d'excitation de ^{236}U au-dessus du seuil de fission est de 1 MeV, la fréquence de M_3 de long parcours est d'environ 20 pour 100 par rapport à la fréquence totale de tripartition. Pour ^{240}Pu, elle est environ 10 pour 100 pour 2 MeV d'excitation.)

5. **Conclusion.** — En utilisant le schéma simplifié de tripartition, on peut interpréter quantitativement le parcours et l'angle d'émission du troisième fragment M_3, déterminer la nature de M_3 et préciser le temps d'émission de M_3. Le groupe de parcours court de M_3 serait attribué au cas où la tripartition se fait quand les trois gouttelettes sont presque colinéaires et celui de long parcours, au cas où M_3 est hors de l'axe de déformation avant l'émission. Ce dernier cas est d'autant plus fréquent que l'énergie d'excitation du noyau composé est moins élevée.

Je remercie M. et Mme Joliot-Curie pour l'intérêt qu'ils ont apporté à ce travail et ma femme Mme Tsien-Ho Zah-Wei, pour des discutions fécondes sur ce sujet.

Je remercie enfin le Centre National de la Recherche Scientifique pour la possibilité qu'il m'a donnée de poursuivre ce travail.

Manuscrit reçu le 13 décembre 1947.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] I. Curie et P. Savitch, *J. de Physique*, 1939, **9**, p. 355. — O. Hahn et F. Strassman, *Naturwiss.*, 1939, **27**, p. 11 et 69.
[2] F. Joliot, *C. R. Acad. Sc.*, 1939, **208**, p. 341. — O. R. Frisch, *Nature*, 1939, **143**, p. 276.
[3] N. Bohr et J. A. Wheeler, *Phys. Rev.*, 1939, **56**, p. 426.
[4] N. Bohr, *Nature*, 1936, **137**, p. 344. — N. Bohr et F. Kalckar, *Kgl. Danske Vid. Selb. Kab. Math. Phys. Medd.*, 1937, **14**, n° 10.
[5] A. J. Dempster, *Phys. Rev.*, 1938, **53**, p. 869. — O. Hahn, S. Fluegge et J. Mattauch, *Physik. Zeits.*, 1940, **41**, p. 1.
[6] A. J. Dempster, *Phys. Rev.*, 1947, **72**, p. 431.
[7] Plutonium plant, *Rev. Mod. Phys.*, 1946, **18**, p. 441.
[8] A. Flammersfeld, P. Jesen et W. Gentner, *Z. f. Physik*, 1943, **120**, p. 450.
[9] H. v. Halban, F. Joliot et L. Kowarski, *Nature*, 1939, **143**, p. 939.
[10] G. Gamow, *Zeit. f. Phys.*, 1928, **51**, p. 204.
[11] J. Frenkel, *Phys. Rev.*, 1939, **55**, p. 987; *Journ. of Phys. U. R. S. S.*, 1946, **10**, p. 533.
[12] R. D. Present, F. Reines et J. K. Knipp, *Phys. Rev.*, 1946, **70**, p. 557.
[13] E. Amaldi et B. N. Cacciapuoti, *Phys. Rev.*, 1947, **71**, p. 739. — E. Amaldi, D. Bocciarelli, B. N. Cacciapuoti et G. C. Trabacchi, *Il Nuovo cimento*, 1946, **3**, p. 203.
[14] E. Broda et P. K. Wright, *Nature*, 1946, **158**, p. 871. — E. Broda, *Id.*, p. 872.
[15] Ho Zah-Wei, Travaux non publiés.
[16] J. Perlman, R. H. Goeckermann, D. H. Templeton et J. J. Howland, *Phys. Rev.*, 1947, **72**, p. 352.
[17] E. Feenberg, *Rev. Mod. Phys.*, 1947, **19**, p. 239.
[18] Tsien San-Tsiang, R. Chastel, Ho Zah-Wei et L. Vigneron, *C. R. Acad. Sc.*, 1946, **223**, p. 986.
[19] Ho Zah-Wei, Tsien San-Tsiang, L. Vigneron et R. Chastel, *C. R. Acad. Sc.*, 1946, **223**, p. 1119.
[20] Tsien San-Tsiang, Ho Zah-Wei, R. Chastel et L. Vigneron, *C. R. Acad. Sc.*, 1947, **224**, p. 272.
[21] Tsien San-Tsiang, *C. R. Acad. Sc.*, 1947, **224**, p. 1056.
[21 *bis*] J. A. Wheeler, Communication privée.
[22] P. Demers, *Phys. Rev.*, 1946, **70**, p. 974.
[23] L. L. Green et D. L. Livesey, *Nature*, 1947, **159**, p. 332.
[24] G. Farwell, E. Segré et C. Wiegand, *Phys. Rev.*, 1947, **71**, p. 327.
[25] E. O. Wollan, C. D. Moak et R. B. Sawyer, *Phys. Rev.*, 1947, **72**, p. 447.
[26] N. Feather, *Nature*, 1947, **159**, p. 607.
[27] Tsien San-Tsiang, Ho Zah-Wei, R. Chastel et L. Vigneron, *Phys. Rev.*, 1947, **71**, p. 382.
[28] Tsien San-Tsiang, Ho Zah-Wei, L. Vigneron et R. Chastel, *Nature*, 1947, **159**, p. 773.
[29] Tsien San-Tsiang, Ho Zah-Wei, R. Chastel et L. Vigneron, *J. de Physique*, 1947, **8**, p. 165 et 200.
[30] Tsien San-Tsiang et E. Faraggi, *C. R. Acad. Sc.*, 1947, **225**, p. 294.
[31] R. D. Present, *Phys. Rev.*, 1941, **59**, p. 466.

MESURE DU MODULE D'YOUNG DES FILS ET FILMS PAR UNE MÉTHODE DYNAMIQUE

Par R. PINOIR et A. DUBOIS (1).
Laboratoires de Recherches Kodak.

Sommaire. — Dans le cas des corps doués de caractères plastiques, les mesures de module élastique donnent des résultats différents, suivant qu'elles sont faites par une méthode statique ou une méthode dynamique. On a imaginé un dispositif, destiné aux mesures du second type, qui permet de mesurer la vitesse de propagation V d'une déformation élastique dans un fil ou un film, et par conséquent d'en déterminer le module d'Young par la formule $E = \frac{V^2}{\rho}$, ρ étant la masse spécifique. Le dispositif comprend :

1° Un oscillographe cathodique dont le spot, mis en mouvement au moment de la production de l'ébranlement à une extrémité du film, se déplace à une vitesse connue;

2° Un pick-up dont l'aiguille est à une distance connue de l'extrémité du film et qui, agissant verticalement sur le spot, indique l'instant où le début du train d'onde arrive au point considéré.

La méthode a été appliquée à différents films et fils. On a également déterminé pour beaucoup d'entre eux le module statique et comparé les résultats, en particulier sous la forme du rapport des deux valeurs.

Le module d'Young, ou module d'élasticité, caractérise l'allongement d'un barreau de la matière étudiée sous une force de tension connue : F étant la force; S, la section du barreau; L, sa longueur et ΔL, l'allongement, le module E est défini par l'équation

$$E = \frac{\frac{F}{S}}{\frac{\Delta L}{L}} = \frac{FL}{S\,\Delta L}.$$

Pour la plupart des corps, le module garde une valeur constante dans un certain intervalle de tensions et d'allongements.

Le module d'Young caractérise une propriété importante de la matière. En effet, d'une part, du point de vue pratique l'élasticité des corps c'est-à-dire leurs déformations sous l'action des efforts qui leur sont appliqués, joue souvent un grand rôle dans les applications et, d'autre part, du point de vue théorique, le module caractérise les forces intermoléculaires de la matière, forces qui constituent évidemment une propriété fondamentale de celle-ci.

Le module peut être mesuré par une méthode statique, en appliquant directement la définition précédente, c'est-à-dire en mesurant l'allongement d'un barreau de section constante sous l'action d'une tension connue. Cependant, l'application de cette méthode rencontre des difficultés pour les corps qui sont doués d'une certaine plasticité; en effet, sous l'action de l'effort, il se produit non seulement un allongement élastique réversible, mais en même temps un écoulement plastique, en sorte que l'allongement mesuré pour une charge donnée dépend du temps écoulé depuis l'application de la force, et de la vitesse d'application de celle-ci.

Le module d'Young peut également être déterminé dynamiquement d'après la vitesse de propagation d'une déformation élastique dans le corps étudié. On démontre, en effet, que cette vitesse est reliée au module et à la masse spécifique par la relation

$$V = \sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$

Même pour un corps parfaitement élastique, le module dynamique n'est pas absolument identique au module statique, parce que le premier correspond à des compressions et détentes adiabatiques, les phénomènes étant trop rapides pour que les équilibres thermiques puissent s'établir, tandis que le second correspond à un phénomène isotherme, puisque l'équilibre thermique est constamment réalisé. Cependant, en pratique, la différence est très faible.

Au contraire, pour les corps doués de plasticité, la différence est importante, car la mesure de la vitesse du son élimine complètement l'influence

(1) Communication N° 1170 des Laboratoires de Recherches Kodak.

de l'écoulement plastique. Les avantages de la méthode dynamique sont donc les suivants :

1° Elle donne des valeurs parfaitement définies du module, alors que la méthode statique donne des valeurs qui sont fonction du temps et de la tension;

2° Lorsque la matière est soumise en pratique à des efforts brusques, le module dynamique représente certainement mieux son comportement réel que le module statique;

3° La mesure est indépendante de la section de fil ou de film et, par conséquent, de ses irrégularités.

La mesure du module d'Young d'après la vitesse de propagation du son ou des ultrasons a été employée pour les métaux, en particulier par Florisson [1]. Mayer et Lotmar [2] ont essayé de l'appliquer aux films de cellulose, mais avec des moyens rudimentaires. J. W. Ballou et S. Silverman [3] ont décrit une méthode basée sur la détermination des nœuds et des ventres de vibration dans un fil ou film tendu, les vibrations étant produites par un vibreur à cristal excité par un oscillateur accordé. Cette méthode est délicate, car elle oblige à mesurer l'*amplitude* des vibrations; elle est lente, puisqu'il faut tracer point par point la courbe de variation de cette amplitude. Elle est, en outre, critiquable, car étant donné les conditions de réflexion des ondes, le régime stationnaire ne paraît pas parfaitement défini.

La méthode qui a été mise au point paraît plus simple, plus sûre et plus rapide.

Mesure de la vitesse de propagation d'une déformation élastique à l'aide d'un oscillographe cathodique. Principe. — Le principe de

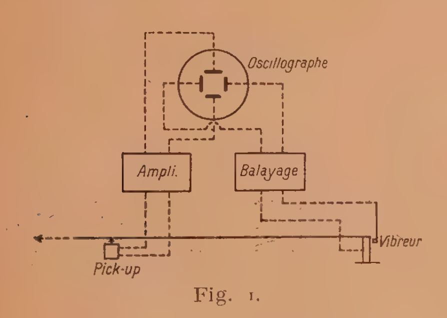


Fig. 1.

la méthode employée est le suivant (*fig.* 1). Un fil ou un ruban étant fixé par une extrémité à une petite barre d'acier et tendu à l'autre extrémité par un poids connu, on produit, en frappant sur la barre d'acier, une série de déformations élastiques longitudinales qui se propagent le long du ruban et dont on mesure la vitesse de propagation. Pour ce faire, on place la pointe d'un pick-up au contact du ruban, à une distance connue L de l'origine. Le passage du train de déformations élastiques se traduit dans le pick-up par une force électromotrice variable qui est amplifiée et appliquée aux plaques de déviation verticale d'un oscillographe.

On déclenche le déplacement horizontal du spot (ou balayage) au moment où le marteau frappe le barreau, c'est-à-dire au moment du départ du début du train d'ondes; le spot se déplace à partir de cet instant, suivant une ligne droite horizontale, jusqu'au moment où le front d'onde ayant atteint l'aiguille du pick-up, il commence à décrire la courbe qui correspond à la force électromotrice produite, signalant ainsi, par un coude brusque, l'arrivée de

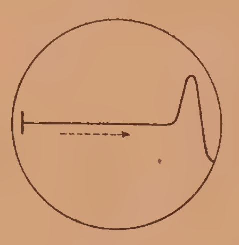


Fig. 2.

l'ébranlement au point considéré (*fig.* 2). Connaissant la vitesse de balayage du spot et mesurant la distance du coude à l'origine, on en déduit le temps t écoulé entre le départ et l'arrivée du train d'ondes et, par suite, la vitesse de propagation $V = \frac{L}{t}$.

Si le mouvement du marteau est entretenu électriquement, le barreau d'acier est frappé plusieurs fois par seconde et, par conséquent, le phénomène décrit se reproduit à la même fréquence; il en résulte qu'on voit d'une façon permanente sur l'écran (surtout s'il a une forte rémanence), une trace lumineuse continue constituée par une droite qui se raccorde brusquement à une courbe d'allure sinusoïdale. La détermination de la position du coude est donc très facile.

En fait, pour éliminer les perturbations qui peuvent se produire à l'origine, il peut être préférable de faire successivement deux mesures à deux distances L_1 et L_2, les durées de parcours étant alors t_1 et t_2, la vitesse V est évidemment donnée par $\frac{L_2 - L_1}{t_2 - t_1}$. Cependant, si le dispositif de balayage est convenablement réalisé et bien réglé, et à condition de tenir compte du décalage qui se produit inévitablement à l'origine, il est également possible de ne faire qu'une seule mesure et, par conséquent de graduer directement en vitesse V, soit les positions du coude sur l'écran si l'on opère avec une longueur L constante, soit les distances du pick-up à l'origine, si l'on opère à t constant. Une solution

plus sûre, mais plus compliquée, consisterait à utiliser deux pick-up et à déclencher le balayage au moyen de la tension, convenablement amplifiée produite par le premier.

La vitesse du son dans les solides étant, en général, comprise entre 1500 et 5000 m : s, si l'on utilise des longueurs de fil ou film de l'ordre de quelques mètres, les durées de parcours sont de l'ordre du millième de seconde. Il faut donc que la vitesse de balayage horizontal soit telle que le spot traverse l'écran en un temps voisin de 1/1000e de seconde. Le déplacement s'obtient facilement par la décharge d'un condensateur dans une résistance appropriée, suivant une technique bien connue. La constante du temps doit être de l'ordre de $2,5.10^{-3}$ s.

Il est nécessaire, pour que la partie horizontale de la trace soit parfaitement rectiligne, que le train d'oscillations précédent soit complètement amorti lorsque le choc du marteau remet le barreau d'acier en oscillation. Il est donc utile d'assurer à celui-ci un amortissement suffisant, par exemple en le mettant en contact avec un morceau de caoutchouc.

Réalisation. — Le montage réalisé pour l'application du principe décrit est le suivant (*fig.* 3) :

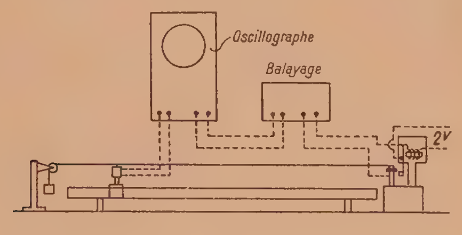


Fig. 3.

Le film est solidement fixé par un serre-joint sur un barreau vertical d'acier à section rectangulaire, fortement serré dans un étau. Il y a intérêt à employer une fréquence aussi élevée que possible, afin que le coude de la courbe oscillographique soit très net. Cela conduit à prendre un barreau de courte longueur et de forte épaisseur. On est cependant limité dans cette voie par la nécessité d'obtenir des vibrations d'amplitude suffisante. On a adopté un barreau dont la partie libre a 5 cm de longueur et la section 1 cm de côté. Sa fréquence mesurée est de 2500 p : s.

Le marteau qui frappe sur le barreau est fixé à un trembleur. La fréquence de frappe est d'environ 10 p : s.

Le film est fixé par une extrémité au barreau, passe à l'autre extrémité sur un petit cylindre tournant autour d'un axe horizontal, et est tendu au moyen de poids connus.

Le pick-up est porté sur un support qui glisse sur un banc d'optique simple, ce qui permet la mesure facile et précise des distances à l'origine. La tête de pick-up est reliée directement à un oscillographe cathodique dont l'amplificateur donne une amplification suffisante pour que les déviations du spot atteignent plusieurs centimètres sous l'action des vibrations transmises par le film.

Le dispositif de balayage constitue la partie la plus importante et la plus délicate du montage. On ne peut, en effet, employer la méthode normalement utilisée avec les oscilloscopes cathodiques, car elle conduit à un balayage périodique ininterrompu. Dans le cas présent, il est, au contraire, nécessaire que le balayage, qui se produit en 1/1000e de seconde, soit seulement déclenché chaque fois que le marteau frappe le barreau, c'est-à-dire environ tous les 1/10e de seconde. La méthode habituelle est basée sur le principe suivant : un condensateur est chargé rapidement à travers un thyratron qui s'éteint lorsque la différence de tension entre l'anode et la cathode devient assez faible; le condensateur se décharge alors progressivement à travers une résistance qui est, de préférence, la résistance interne d'une lampe penthode; la tension aux bornes du condensateur diminue par conséquent, tandis que la tension appliquée au thyratron augmente; pour une valeur bien définie, le dernier se rallume et le cycle recommence.

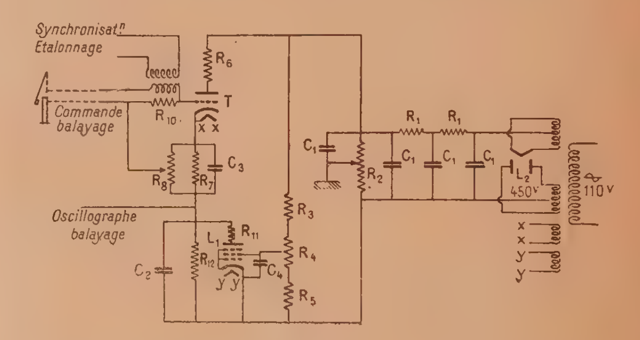


Fig. 4.

T, Thyraton **4686** :	$C_1 = 8\,\mu F$	$R_1 = 1\,000\,\omega$
	$R_5 = 80\,000\,\omega$	$R_9 = 2\,500\,\omega$
L_1, El **3** N :	$C_2 = 0,1\,\mu F$	$R_2 = 15\,000\,\omega$
	$R_6 = 500\,\omega$	$R_{10} = 50\,000\,\omega$
L_2, 80 :	$C_3 = 500\,\mu F$	$R_3 = 0,5\,M\omega$
	$R_7 = 2\,000\,\omega$	$R_{11} = 700\,\omega$
	$C_4 = 1\,\mu F$	$R_4 = 0,5\,M\omega$
	$R_8 = 10\,000\,\omega$	$R_{12} = 1\,M\omega$

Dans le montage réalisé, qui est représenté sur la figure 4, on a modifié le dispositif de la façon suivante : une résistance de valeur suffisante a été montée en série avec l'anode du thyratron, de façon que l'extinction de celui-ci ne puisse plus avoir lieu spontanément lorsque la charge du condensateur est complète; le système reste donc dans l'état correspondant devenu métastable; il ne le quitte que si l'on applique à la grille du thyratron

une tension négative supplémentaire qui provoque l'extinction. Pour synchroniser le balayage avec le départ du train d'onde, on applique cette tension auxiliaire par l'intermédiaire du marteau et du barreau, en sorte que l'extinction est produite et le balayage commence, au moment précis où ces deux pièces arrivent en contact. Lorsque la décharge est suffisante, le thyratron se rallume et l'état stable se rétablit jusqu'au contact suivant.

Certains oscillographes commerciaux sont munis d'un balayage déclenché : ils peuvent par conséquent être employés sans montage auxiliaire.

Étalonnage. — On peut déterminer la vitesse de balayage d'après les caractéristiques du circuit : la capacité C, le courant plaque de la penthode i, et le déplacement du spot de l'oscilloscope en fonction de la tension, en tenant compte de la relation

$$V_t = V_0 - \frac{i}{c} t.$$

V_0 étant la tension initiale et V_t la tension à l'instant t.

Il est cependant préférable de déterminer directement la vitesse de balayage au moyen d'un générateur hétérodyne étalonné en fréquence. La tension sinusoïdale est appliquée aux plaques de déviation verticale de l'oscillographe. Le balayage est synchronisé avec cette tension, en appliquant une fraction de celle-ci à la grille du thyratron par l'intermédiaire d'un transformateur.

On pourrait aussi étalonner l'appareil en appliquant la méthode de mesure du module d'Young à un fil dont le module est exactement connu.

Précision des mesures. — Les longueurs de parcours du spot sur l'écran peuvent être mesurées à moins de $\pm$ 0,5 mm près. Comme la distance du pick-up au vibreur peut être ajustée de façon que le parcours du spot soit compris entre 60 et 70 mm, le temps peut être déterminé à moins de $\pm$ 0,75 pour 100 près. La distance du pick-up à l'origine peut être mesurée à moins de 0,1 pour 100 près.

L'erreur sur les vitesses relatives de propagation est donc voisine de $\pm$ 0,75 pour 100. L'erreur sur les vitesses absolues dépend en outre de la précision de l'étalonnage qui est, elle-même, fonction de celle de l'hétérodyne. On peut réaliser des appareils de ce type qui donne une fréquence connue avec une précision élevée.

Le module étant fonction du carré de la vitesse, l'erreur sur les valeurs relatives des modules est de l'ordre de $\pm$ 1,5 pour 100.

Mesure des densités. — Le calcul du module d'Young à partir de la vitesse du son suppose connue la densité du corps. Pour un film homogène d'épaisseur constante, la mesure de la densité peut se faire simplement en déterminant la longueur, la largeur, l'épaisseur et le poids du film. Il est préférable de mesurer directement la densité, soit au picnomètre, soit en utilisant des mélanges de liquides ajustés de façon à ce que la densité soit égale à celle du corps étudié.

Exemples d'application. — La méthode a été appliquée à différents films et fils de matière plastique et les résultats sont rassemblés dans le tableau suivant. Pour certains d'entre eux, on a également déterminé le module d'Young statique d'après la pente de la partie rectiligne de la courbe dynamométrique (avec des charges inférieures à 2,5 kg : mm²). Ces mesures sont entachées des erreurs inévitables dues aux déformations non élastiques; elles donnent cependant une valeur approchée suffisante pour la comparaison avec le module dynamique. Le rapport des deux valeurs doit être une caractéristique intéressante de la matière. Lorsque la tension a une influence sur le module, la valeur de la tension est indiquée; dans le cas contraire, les résultats sont valables pour toutes les tensions étudiées, c'est-à-dire inférieures à 2500 g : mm².

Étude de l'amortissement. — Le dispositif réalisé pour la détermination des vitesses de propagation des déformations élastiques peut se prêter également à une étude différente, mais qui pourrait aussi être intéressante : celle de l'amortissement des vibrations pendant la propagation. Cet amortissement est évidemment fonction des frottements internes de la matière et peut, par conséquent, donner des renseignements utiles sur ses propriétés mécaniques.

Pour faire cette mesure, il faut produire des déformations élastiques à l'origine avec une amplitude constante, et mesurer l'amplitude obtenue à des distances croissantes du point d'origine. Cette méthode suppose que le générateur de vibration fonctionne dans des conditions bien constantes, ce qui demanderait certaines précautions.

On a fait, comme exemple, une comparaison sommaire entre deux films 16 mm, l'un d'acétate et l'autre de nitrocellulose. L'absorption étant faible, il est nécessaire d'employer des longueurs assez importantes. L'essai a été fait sur environ 12 m. Le rapport des amplitudes à 12 et 0,40 m était :

Film d'acétate	$k = 0{,}40$
» de nitrocellulose	0,52

Conclusion. — La méthode proposée pour la mesure des vitesses de propagation d'ébranlements élastiques, et basée sur l'emploi d'un oscillographe

T = tension en kg : mm²,
V = vitesse de propagation en m : s,
d = poids spécifique,
E_d = module d'élasticité dynamique en 10^{10} c. g. s.,
E_s = » statique en 10^{10} c. g. s.

	T.	V.	d.	E_d.	E_s.	$\frac{E_d}{E_s}$.
Film de nitrocellulose 1	–	1990	1,45	5,75	4,35	1,32
» » 2	–	1970	1,45	5,60	4,50	1,24
» » 3	–	1820	1,45	4,80	3,60	1,33
» d'acétate de cellulose		1950	1,32	5,00	3,35	1,49
» » 10 % plastifiant	–	1980	1,29	5,05	4,10	1,23
» » 30 % »	–	1870	1,26	4,40	2,95	1,49
» » 50 % »	–	1560	1,23	3,00	1,90	1,56
» » 75 % »	–	1500	1,20	2,70	1,60	1,69
» de triacétate de cellulose		2090	1,29	5,65	4,30	1,31
» de cellophane, chaîne	–	2880	1,53	12,70	–	–
» » trame	–	2290	1,53	8,00	–	–
» de résine vinylique	–	1990	1,10	4,35	3,35	1,30
Ruban papier d'emballage		1780	–	–	–	–
» » kraft	–	3300	–	–	–	–
Fil de coton	2,4	4150	1,51	26	–	–
	4,7	4400	1,51	29	–	–
	11,8	4900	1,51	36	–	–
Fil de nylon	1,3	2600	1,14	7,70		–
	4,7	2760	1,14	8,70	–	–
	8,0	2950	1,14	9,80	–	–
	11,3	3150	1,14	11,30	–	–

cathodique, paraît convenir parfaitement à la mesure des modules d'Young dynamiques des films et fils.

Elle ne nécessite qu'un appareillage courant dans les laboratoires, et est d'une mise en œuvre simple et rapide. La précision des mesures semble très satisfaisante. Les valeurs du module ainsi déterminées sont parfaitement définies et reproductibles. Les mesures sont en outre indépendantes des irrégularités d'épaisseur des films. La comparaison des modules statique et dynamique donne une idée du degré de plasticité de la matière.

Manuscrit reçu le 20 décembre 1947.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Florisson, *Travaux et Mémoires de la Société française des Mécaniciens*, 1939, **1**.

[2] Mayer et Lotmar, *Helvetica Chimica Acta*, 1936, **19**, p. 68.

[3] J W. Ballou et S. Silverman, *Young's Modules of Elasticity of Fibers et Films by Sound Velocity Measurements* (*Textile Research*, septembre 1944, **14**, p. 9).

COMPTEUR A SCINTILLATIONS POUR PARTICULES ATOMIQUES

Par Th. KAHAN, J. DEBIESSE, R. CHAMPEIX et H. BIZOT.
Laboratoire de Physique atomique. Collège de France.

Sommaire. — On décrit une méthode de détection et de dénombrement de particules nucléaires basée sur le fait que ces particules provoquent, sur un écran fluorescent, des scintillations. Ces scintillations sont détectées à l'aide d'une cellule photoélectrique, suivie d'un multiplicateur d'électrons. On a ainsi réussi à mettre en évidence les transmutations nucléaires B (n, α) et Li (n, α).

Les dispositifs qu'on utilise d'ordinaire pour la détection et le dénombrement de particules atomiques sont basés sur la création d'un grand nombre d'ions dans le gaz d'un compteur. Or, le phénomène de décharge gazeuse impose un certain nombre de limitations à la méthode de dénombrement. On peut lever ces difficultés grâce à l'utilisation du phototube multiplicateur d'électrons associé à des écrans fluorescents convenables. Ce dispositif est capable de se transformer graduellement lorsqu'il s'agit de compter un grand nombre d'impulsions par seconde en un appareil de mesure de courant (circuit intégrateur), le courant anodique restant proportionnel au flux de photons frappant la photocathode. En plus, le dispositif en question est capable d'un plus grand pouvoir de résolution que tout autre compteur actuellement connu, le temps mort du multiplicateur d'électrons étant inférieur à 10^{-8}s, alors que ce temps est de l'ordre de 10^{-5}s dans le compteur à décharge.

Le compteur que nous allons décrire est basé sur le fait qu'un écran fluorescent (au sulfure de zinc par exemple) frappé par des corpuscules atomiques (rayons α par exemple) émet un rayonnement lumineux (scintillations). Nous détectons ces scintillations à l'aide d'un tube photoélectrique comportant un multiplicateur d'électrons. Le courant électronique final est appliqué sur un oscilloscope. L'appareil constitue ainsi monté un compteur visuel de rayons α.

Ce compteur à scintillations présente entre autres, l'avantage de permettre l'étude, dans l'air, sans chambre spéciale, d'une réaction nucléaire.

Il résulte des travaux de nombreux chercheurs [1] que, lors de l'excitation du sulfure de zinc par les rayons α, presque 100 pour 100 de l'énergie cédée à la substance fluorescente par freinage sont converties en lumière visible. Un seul rayon α engendre ainsi un nombre de quanta de l'ordre de 1 million. Si l'on admet que 100 photons donnent un électron sur la cellule, une particule α peut engendrer 10 000 électrons. Avec un facteur de multiplications 10^5, on peut obtenir finalement un courant produit par 10^9 électrons, ce qui est facilement décelable.

Notre appareil comprenant : une source de polonium (1 microcurie) mobile (déplacement 0,5 cm à 5 cm), un écran de sulfure de zinc activé, un tube multiplicateur d'électrons RCA (que nous devons à l'obligeance de M. Magat), un oscilloscope, a été monté au Laboratoire de Physique atomique du Collège de France.

Les photographies obtenues donnent les résultats fournis par l'oscilloscope dans les conditions suivantes :

1° source de rayons α, multiplicateur d'électrons sans écran fluorescent;

2° source de rayons α à 5 mm d'un écran au sulfure de zinc, plus multiplicateur d'électrons, etc.;

3° source de rayons α à 15 mm d'un écran au sulfure de zinc, plus multiplicateur d'électrons, etc.

Des clichés qui montrent nettement la création des photons dus à la conversion de l'énergie des rayons α dans le sulfure de zinc paraîtront dans un prochain article.

Mais l'écran au sulfure de zinc peut servir aussi à détecter des rayons α engendrés par des neutrons. Nous avons réalisé des écrans contenant à la fois du lithium et du sulfure de zinc, du bore et du sulfure de zinc [2].

Utilisant comme source de neutrons un tube de radium-béryllium de 500 millicuries (Laboratoire de Chimie nucléaire), nous avons réalisé le montage : source de neutrons, écran au lithium-sulfure de zinc, multiplicateur d'électrons, oscilloscope.

Nous avons alors obtenu les résultats suivants : sans écran, pas de déviations à l'oscilloscope; avec écran, multiples déviations correspondant à l'éjection de particules α de transmutation dues au bombardement neutronique au cours des réactions B (n, α) et Li (n, α).

Les neutrons avaient été préalablement ralentis en interposant une couche de paraffine.

Les écrans au lithium nous ont donné, jusqu'à présent, les meilleurs résultats.

[1] Riehl et Wolf, *Ann. der Phys.*, 1931, **11**, p. 108. — Birus, *Ergebnisse der ex. Naturw.*, 1942.

[2] Nous donnerons ultérieurement des précisions sur la préparation de ces écrans.

Conclusion. — Nous avons obtenu, en reprenant l'ancienne expérience des scintillations, un appareillage commode permettant l'étude dans l'air des corpuscules nucléaires : neutrons, rayons α, etc. Des travaux en cours nous permettront bientôt de préciser nos résultats qualitatifs et d'achever, entre autres, la réalisation d'un détecteur de neutrons et d'un compteur de corpuscules atomiques plus sûr que le compteur de Geiger-Muller et aussi précis que la chambre d'ionisation associée à un amplificateur linéaire. Ces appareils seront munis, soit d'un circuit intégrateur, pour sources intenses, soit de sélecteur d'impulsions du type décrit par l'un de nous (³).

Nous remercions vivement Mme et M. Joliot de l'intérêt qu'ils ont témoigné à ce travail. Nous remercions également M. Magnan de l'aide qu'il nous a apportée au cours de nos recherches. Enfin M. F. Perrin qui a eu l'obligeance de mettre à notre disposition un laboratoire voudra bien trouver ici l'expression de notre gratitude.

(³) T. KAHAN et A. KWARTIROFF, *C. R. Acad. Sc.*, 1946. **223**, p. 488; *J. de Physique*, octobre 1946, p. 300, et 1947, p. 357, — *Cf.* aussi TIRION, *C. R. Acad. Sc.*, 1948, **226**, p. 706.

Manuscrit reçu le 16 avril 1948.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM. SÉRIE VIII, TOME IX, JANVIER 1948.

SUR LE PROBLÈME DU PROTON ET DU NEUTRON

Par. V. S. VRKLJAN.

Sommaire. — Modifiant la théorie de l'électron de Dirac, l'auteur l'étend au proton et au neutron, en leur attribuant deux spineurs, avec des fonctions d'onde conjuguées complexes. On aboutit ainsi, en ne faisant intervenir que les valeurs absolues des charges électriques — ce qui permet d'admettre trois charges e pour le proton et deux pour le neutron — et en appliquant la méthode des « paquets d'ondes » de Darwin, à déduire d'une même équation le courant convectif et le moment magnétique des quatre particules élémentaires : électron, positon, proton et neutron. Une théorie très analogue conduirait aussi à prévoir un proton négatif et un neutron de spin opposé.

Il est bien connu que la théorie de M. Dirac ne pouvait être appliquée, jusqu'ici, qu'à l'électron et au positon, tandis qu'on ne réussissait pas à l'appliquer aussi au proton et au neutron [1]. La raison en est l'existence des moments magnétiques de ces dernières particules, qui diffèrent du petit magnéton $\frac{e\hbar}{2M_0c}$ (où e représente la charge électrique élémentaire en valeur absolue, M_0 la masse du proton, ou respectivement, la différence étant minime, la masse du neutron elle aussi à l'état de repos, $\hbar$ le quotient de la constante de Planck par le nombre 2π et c la vitesse de la lumière dans le vide). D'après la théorie de M. Dirac telle qu'elle se présente à nous jusqu'ici, on pourrait s'attendre à ce que le proton eût un moment magnétique de grandeur égale celle du petit magnéton ci-dessus mentionné, tandis que pour le neutron on ne s'attendrait à aucun moment magnétique. En réalité, la physique expérimentale a obtenu une grandeur du moment magnétique du proton $2,785 \pm 0,02$ fois plus grande que la valeur à laquelle on s'attendait, et en outre, pour le neutron il y a aussi un moment magnétique qui est $(1,935 \pm 0,02)$ fois plus grand que le petit magnéton de Bohr, avec la seule différence que, relativement au spin, il a un signe algébrique contraire à celui du moment magnétique du proton [2].

D'après tout ce qui précède, la question se pose de l'explication théorique quantique des moments magnétiques du neutron et du proton. Il nous paraît qu'on peut trouver une explication pour ces deux particules (d'après la méthode du paquet ondulatoire) en partant de la supposition qu'à ces particules appartiennent deux spineurs avec des fonctions conjuguées complexes de la propagation de l'onde.

A cette fin nous allons appliquer les matrices carrées hermitiques à huit rangs qui remplissent la condition de M. Dirac

$$\alpha_\beta \alpha_\gamma + \alpha_\gamma \alpha_\beta = 2\delta_{\beta\gamma} \mathbf{1}$$

$$\left[\beta, \gamma = 1, 2, 3, 4; \ \delta_{\beta\gamma} = \begin{cases} 1 \ (\beta = \gamma) \\ 0 \ (\gamma \neq \beta) \end{cases}\right]$$

comme on s'en persuade facilement.

$$
\left.
\begin{aligned}
&\alpha_1 = \left\| \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -i & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right\|, \quad
\alpha_2 = \left\| \begin{matrix} 0 & 0 & -i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{matrix} \right\|, \\
&\alpha_3 = \left\| \begin{matrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i & 0 & 0 \end{matrix} \right\|, \quad
\alpha_4 = \left\| \begin{matrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \right\|,
\end{aligned}
\right\} \tag{1a}
$$

Afin d'appliquer à ces matrices les équations différentielles qui leur appartiennent pour la particule en dehors du champ électromagnétique et afin d'y appliquer deux spineurs, nous allons séparer chacune de ces matrices en deux matrices α' et α'' d'après le schéma :

$$
\left.
\begin{aligned}
&\alpha'_1 = \left\| \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right\|, \quad
\alpha'_2 = \left\| \begin{matrix} 0 & 0 & -i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right\|, \\
&\alpha'_3 = \left\| \begin{matrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right\|, \quad
\alpha'_4 = \left\| \begin{matrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right\|,
\end{aligned}
\right\} \tag{1b}
$$

$$
\left.
\begin{aligned}
&\alpha''_1 = \left\| \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -i & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right\|, \quad
\alpha''_2 = \left\| \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{matrix} \right\|, \\
&\alpha''_3 = \left\| \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i & 0 & 0 \end{matrix} \right\|, \quad
\alpha''_4 = \left\| \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \right\|,
\end{aligned}
\right\} \tag{1c}
$$

sur lequel on s'aperçoit tout de suite que

$$\alpha_\beta = \alpha'_\beta + \alpha''_\beta \quad (\beta = 1, 2, 3, 4).$$

Si l'on applique maintenant ces matrices à deux spineurs Ψ' et Ψ'' d'après la règle

$$\left.\begin{array}{c} \alpha_\beta \Psi_\gamma = \sum_{\sigma=1}^{4} (\alpha'_\beta)_{\gamma\sigma} \Psi'_\sigma + \sum_{\sigma=5}^{8} (\alpha''_\beta)_{\gamma\sigma} \Psi''_\sigma \\ (\beta = 1, 2, 3, 4;\ \gamma = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8), \end{array}\right\} \quad (2)$$

les équations différentielles de M. Dirac pour la particule en dehors du champ électromagnétique, si nous désignons les composantes du spineur Ψ' par Ψ'_1, Ψ'_2, Ψ'_3 et Ψ'_4 et les composantes du spineur Ψ'', par Ψ''_5, Ψ''_6, Ψ''_7 et Ψ''_8, prennent la forme suivante :

$$\left.\begin{array}{l} \frac{\hbar}{i}\left\{ i\frac{\partial \Psi'_4}{\partial x} - i\frac{\partial \Psi'_3}{\partial y} + \frac{\partial \Psi'_3}{\partial z}\right\} - M_0 c \Psi'_1 + \frac{\hbar}{ic}\frac{\partial \Psi'_1}{\partial t} = 0, \\ \frac{\hbar}{i}\left\{ \frac{\partial \Psi'_3}{\partial x} + \frac{\partial \Psi'_4}{\partial y} - i\frac{\partial \Psi'_4}{\partial z}\right\} - M_0 c \Psi'_2 + \frac{\hbar}{ic}\frac{\partial \Psi'_2}{\partial t} = 0, \\ \frac{\hbar}{i}\left\{ \frac{\partial \Psi'_2}{\partial x} + i\frac{\partial \Psi'_1}{\partial y} + \frac{\partial \Psi'_1}{\partial z}\right\} + M_0 c \Psi'_3 + \frac{\hbar}{ic}\frac{\partial \Psi'_3}{\partial t} = 0, \\ \frac{\hbar}{i}\left\{ -i\frac{\partial \Psi'_1}{\partial x} + \frac{\partial \Psi'_2}{\partial y} + i\frac{\partial \Psi'_2}{\partial z}\right\} + M_0 c \Psi'_4 + \frac{\hbar}{ic}\frac{\partial \Psi'_4}{\partial t} = 0, \end{array}\right\} \quad (3a)$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{\hbar}{i}\left\{ i\frac{\partial \Psi''_8}{\partial x} - i\frac{\partial \Psi''_7}{\partial y} + \frac{\partial \Psi''_7}{\partial z}\right\} - M_0 c \Psi''_5 + \frac{h}{ic}\frac{\partial \Psi''_5}{\partial t} = 0, \\ \frac{\hbar}{i}\left\{ \frac{\partial \Psi''_7}{\partial x} + \frac{\partial \Psi''_8}{\partial y} - i\frac{\partial \Psi''_8}{\partial z}\right\} - M_0 c \Psi''_6 + \frac{\hbar}{ic}\frac{\partial \Psi''_6}{\partial t} = 0, \\ \frac{\hbar}{i}\left\{ \frac{\partial \Psi''_6}{\partial x} + i\frac{\partial \Psi''_5}{\partial y} + \frac{\partial \Psi''_5}{\partial z}\right\} + M_0 c \Psi''_7 + \frac{\hbar}{ic}\frac{\partial \Psi''_7}{\partial t} = 0, \\ \frac{\hbar}{i}\left\{ -i\frac{\partial \Psi''_5}{\partial x} + \frac{\partial \Psi''_6}{\partial y} + i\frac{\partial \Psi''_6}{\partial z}\right\} + M_0 c \Psi''_8 + \frac{\hbar}{ic}\frac{\partial \Psi''_8}{\partial t} = 0. \end{array}\right\} \quad (3b)$$

Cependant il est nécessaire de souligner que nous nous servons dans les équations suivantes de la charge de la particule en valeur absolue (et non d'après la valeur algébrique). La raison, la possibilité d'un tel traitement, qui nous conduit à un résultat satisfaisant, nous devons les chercher dans l'hypothèse de MM. Breit, Condon et Present [3], d'après laquelle les forces nucléaires sont indépendantes du paramètre de charge et, d'autre part, dans le fait que la théorie de M. Dirac est symétrique [4] relativement au signe algébrique de la charge électrique (positon, électron).

De ces équations (3 *a*) et (3 *b*) nous déduirons par le procédé bien connu [5] l'équation analogue à l'équation de continuité d'où l'on tirerait à son tour, en multipliant par $[n' + n'']\,e$, comme si la particule possédait la charge $[n' + n'']\,e$ [5 *bis*] en valeur absolue les expressions de la densité statistique de la charge en valeur absolue et de la densité statistique du courant électrique (d'après la valeur absolue de la charge)

$$\rho = (n' + n'')e\left(\sum_{\beta=1}^{4} \overset{*}{\Psi}{}'_\beta \Psi'_\beta + \sum_{\beta=5}^{8} \overset{*}{\Psi}{}''_\beta \Psi''_\beta\right), \quad (4a)$$

$$\left.\begin{array}{l} j_x = (n' + n'')ec\left(\sum_{\beta=1}^{4} \overset{*}{\Psi}{}'_\beta \alpha'_1 \Psi'_\beta + \sum_{\beta=5}^{8} \overset{*}{\Psi}{}''_\beta \alpha''_1 \Psi''_\beta\right), \\ j_y = (n' + n'')ec\left(\sum_{\beta=1}^{4} \overset{*}{\Psi}{}'_\beta \alpha'_2 \Psi'_\beta + \sum_{\beta=5}^{8} \overset{*}{\Psi}{}''_\beta \alpha''_2 \Psi''_\beta\right), \\ j_z = (n' + n'')ec\left(\sum_{\beta=1}^{4} \overset{*}{\Psi}{}'_\beta \alpha'_3 \Psi'_\beta + \sum_{\beta=5}^{8} \overset{*}{\Psi}{}''_\beta \alpha''_3 \Psi''_\beta\right), \end{array}\right\} \quad (4b)$$

où n' et n'' sont de nombres réels dont la valeur va être fixée ultérieurement. Le fait que nous attribuons à la particule (en valeur absolue) la charge $[n' + n'']\,e$ ne doit pas nous étonner vu que, d'après la conception actuelle, le proton peut se dissocier en neutron et en méson positif [dans certaines circonstances] et que le neutron peut se dissocier, de son côté, en proton et en méson négatif.

D'après la forme des équations (3 *a*) et (3 *b*), on voit que nous pouvons prendre comme solutions de ces équations les ondes monochromatiques planes qui ont l'aspect suivant :

$$\Psi'_\beta = B'_\beta\, e^{+\frac{i}{\hbar}(p_x x + p_y y + p_z z - Ut)}, \quad (5a)$$

$$\Psi''_\beta = B''_\beta\, e^{-\frac{i}{\hbar}(p_x x + p_y y + p_z z - Ut)}; \quad (5b)$$

ce dont on pourrait se rendre compte facilement par le procédé connu [6] : p_x, p_y et p_z représentent les quantités de mouvement de la particule en question et U représente son énergie. En choisissant convenablement les deux amplitudes B'_β et B''_β nous pouvons maintenant appliquer à la particule les paquets ondulatoires suivants [Darwin]

$$\begin{aligned} \Psi'_{3,4} &= \sqrt{\frac{n'}{n' + n''}}\, A_{3,4}\, e^{-\frac{(x - v_x t)^2 + (y - v_y t)^2 + (z - v_z t)^2}{2\sigma^2}} \\ &\qquad \times e^{\frac{i}{\hbar}(p_x x + p_y y + p_z z - Ut)} \\ &= \sqrt{\frac{n'}{n' + n''}}\, A_{3,4} P', \end{aligned} \quad (6a)$$

$$\begin{aligned} \Psi''_{7,8} &= \sqrt{\frac{n''}{n' + n''}}\, A_{3,4}\, e^{-\frac{(x - v_x t)^2 + (y - v_y t)^2 + (z - v_z t)^2}{2\sigma^2}} \\ &\qquad \times e^{-\frac{i}{\hbar}(p_x x + p_y y + p_z z - Ut)} \\ &= \sqrt{\frac{n''}{n' + n''}}\, A_{3,4} P'', \end{aligned} \quad (6b)$$

où σ signifie la largeur « pratique » du paquet ondulatoire. Si nous exprimons maintenant les « petites » composantes des spineurs Ψ' et Ψ'' à l'aide des

grandes composantes (6 *a*) et (6 *b*) et si nous appliquons les deux premières équations (3 *a*) et respectivement (3 *b*), alors nous obtenons à l'approximation de Newton et pour le moment $t = 0$

$$\left.\begin{aligned} \Psi'_1 &= \frac{\sqrt{n'}}{2M_0 c\sqrt{n'+n''}}\left\{ iA_4p_x - iA_3p_y + A_3p_z + \hbar\frac{-A_4x + A_3y + iA_4z}{\sigma^2}\right\}P', \\ \Psi'_2 &= \frac{\sqrt{n'}}{2M_0 c\sqrt{n'+n''}}\left\{ A_3p_x + A_4p_y - iA_4p_z + \hbar\frac{iA_3x + iA_4y + A_4z}{\sigma^2}\right\}P', \end{aligned}\right\} \quad (7a)$$

$$\left.\begin{aligned} \Psi''_5 &= \frac{\sqrt{n''}}{2M_0 c\sqrt{n'+n''}}\left\{ -iA_4p_x + iA_3p_y - A_3p_z + \hbar\frac{-A_4x + A_3y + iA_4z}{\sigma^2}\right\}P'', \\ \Psi''_6 &= \frac{\sqrt{n''}}{2M_0 c\sqrt{n'+n''}}\left\{ -A_3p_x - A_4p_y + iA_4p_z + \hbar\frac{iA_3x + iA_4y + A_4z}{\sigma^2}\right\}P''. \end{aligned}\right\} \quad (7b)$$

Les valeurs conjuguées complexes leur correspondant sont :

$$\left.\begin{aligned} \overset{*}{\Psi}{}'_1 &= \frac{\sqrt{n'}}{2M_0 c\sqrt{n'+n''}}\left\{ -i\overset{*}{A}_4p_x + i\overset{*}{A}_3p_y + \overset{*}{A}_3p_z + \hbar\frac{-\overset{*}{A}_4x + \overset{*}{A}_3y - i\overset{*}{A}_3z}{\sigma^2}\right\}\overset{*}{P}{}', \\ \overset{*}{\Psi}{}'_2 &= \frac{\sqrt{n'}}{2M_0 c\sqrt{n'+n''}}\left\{ \overset{*}{A}_3p_x + \overset{*}{A}_4p_y + i\overset{*}{A}_4p_z + \hbar\frac{-i\overset{*}{A}_3x - i\overset{*}{A}_4y + \overset{*}{A}_4z}{\sigma^2}\right\}\overset{*}{P}{}', \end{aligned}\right\} \quad (7c)$$

$$\left.\begin{aligned} \overset{*}{\Psi}{}''_5 &= \frac{\sqrt{n''}}{2M_0 c\sqrt{n'+n''}}\left\{ i\overset{*}{A}_4p_x - i\overset{*}{A}_3p_y - \overset{*}{A}_3p_z + \hbar\frac{-\overset{*}{A}_4x + \overset{*}{A}_3y - i\overset{*}{A}_3z}{\sigma^2}\right\}\overset{*}{P}{}'', \\ \overset{*}{\Psi}{}''_6 &= \frac{\sqrt{n''}}{2M_0 c\sqrt{n'+n''}}\left\{ -\overset{*}{A}_3p_x - \overset{*}{A}_4p_y - i\overset{*}{A}_4p_z + \hbar\frac{-i\overset{*}{A}_3x - i\overset{*}{A}_4y + \overset{*}{A}_4z}{\sigma^2}\right\}\overset{*}{P}{}''. \end{aligned}\right\} \quad (7d)$$

La substitution des expressions (6 *a*), (6 *b*), (7 *a*), (7 *b*) et (7 *d*) dans (4) nous mène aux composantes suivantes de la densité statistique du courant électrique d'après la valeur absolue de la charge de la particule

$$\left.\begin{aligned} j_x &= \left\{(n'-n'')\left(\overset{*}{A}_3A_3 + \overset{*}{A}_4A_4\right)ev_x + (n'+n'')\frac{e\hbar}{2M_0}\left[i\left(\overset{*}{A}_4A_3 - \overset{*}{A}_3A_4\right)\frac{\partial}{\partial y} - \left(\overset{*}{A}_4A_4 + \overset{*}{A}_4A_3\right)\frac{\partial}{\partial z}\right]\right\}e^{-\frac{x^2+y^2+z^2}{\sigma^2}}, \\ j_y &= \left\{(n'-n'')\left(\overset{*}{A}_3A_3 + \overset{*}{A}_4A_4\right)ev_y + (n'+n'')\frac{e\hbar}{2M_0}\left[\left(\overset{*}{A}_3A_3 - \overset{*}{A}_4A_4\right)\frac{\partial}{\partial z} - i\left(\overset{*}{A}_4A_3 - \overset{*}{A}_3A_4\right)\frac{\partial}{\partial x}\right]\right\}e^{-\frac{x^2+y^2+z^2}{\sigma^2}}, \\ j_z &= \left\{(n'-n'')\left(\overset{*}{A}_3A_3 + \overset{*}{A}_4A_4\right)ev_z + (n'+n'')\frac{e\hbar}{2M_0}\left[\left(\overset{*}{A}_3A_4 + \overset{*}{A}_4A_3\right)\frac{\partial}{\partial x} - \left(\overset{*}{A}_3A_3 - \overset{*}{A}_4A_4\right)\frac{\partial}{\partial y}\right]\right\}e^{-\frac{x^2+y^2+z^2}{\sigma^2}}. \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Le neutron en mouvement ne donne pas de courant convectif (c'est-à-dire qu'il est égal à zéro), tandis que le proton en mouvement donne le courant convectif qu'on obtiendrait, naturellement, par l'intégration

$$(n'-n'')\left(\overset{*}{A}_3A_3 + \overset{*}{A}_4A_4\right)e\vec{v}\int e^{-\frac{x^2+y^2+z^2}{\sigma^2}}\,d\tau,$$

(où l'intégration se rapporte à tout l'espace) et en éliminant l'intégrale

$$\int e^{-\frac{x^2+y^2+z^2}{\sigma^2}}\,d\tau$$

par la normalisation; d'où nous concluons que

$$n'-n'' = \left\{\begin{array}{ll} 0 & \text{(pour le neutron)}, \\ 1 & \text{(pour le proton)}. \end{array}\right\} \quad (9)$$

Par le procédé bien connu, que nous n'allons pas décrire ici de nouveau, nous obtiendrions la grandeur absolue du moment magnétique de la particule. Il n'y aurait que la seule différence touchant la normalisation qu'on effectuerait, à cause de la généralisation, comme si la particule possédait la charge $[n' + n'']\,e$ en grandeur absolue. Donc nous posons [eu égard à l'équation (4 *a*)]

$$\int|\rho|\,d\tau = (n'+n')e\int\left(\sum_{\beta=1}^{4}\overset{*}{\Psi}{}'_\beta\Psi'_\beta + \sum_{\beta=5}^{8}\overset{*}{\Psi}{}''_\beta\Psi''_\beta\right)d\tau = (n'+n'')e, \quad (10a)$$

où l'intégration se rapporte à tout l'espace, ce qui, eu égard à (6 *a*) et (6 *b*) et en laissant de côté des « petites » composantes de Ψ' et de Ψ'', nous mène à

$$\left(\overset{*}{A}_3A_3 + \overset{*}{A}_4A_4\right)\int e^{-\frac{x^2+y^2+z^2}{\sigma^2}}\,d\tau = 1. \quad (10b)$$

Donc nous obtiendrions comme valeur absolue du moment magnétique de la particule

$$|\mathfrak{M}| = (n'+n'')\frac{e\hbar}{2M_0c}, \quad (11a)$$

ce qui, eu égard à la relation (9) donne

$$|\mathfrak{M}| = \left\{\begin{array}{lll} 2n'\dfrac{e\hbar}{2M_0c} = 2n''\dfrac{e\hbar}{2M_0c} & \text{(pour le neutron)}. & (11b) \\ (2n'-1)\dfrac{e\hbar}{2M_0c} = (2n''+1)\dfrac{e\hbar}{2M_0c} & \text{(pour le proton)}. & (11c) \end{array}\right.$$

Afin de mettre cela approximativement en harmonie avec les données expérimentales mentionnées au début de ce travail, nous sommes obligés de prendre

$$\left.\begin{array}{lll} \text{pour le neutron} & n' = n'' = 1 & \\ \text{et pour le proton} & n' = 2, & n'' = 1. \end{array}\right\} \quad (12a)$$

Nous voyons, que le proton malgré « sa charge élémentaire triple » en valeur absolue, apparaît comme doué d'une charge élémentaire positive, car il lui correspond le courant convectif relatif à *une* charge élémentaire positive. D'une façon analogue, le neutron est neutre malgré « sa charge élémentaire double » en valeur absolue, car il ne lui correspond aucun courant convectif.

Je crois qu'il ne manquera pas d'intérêt de mentionner que la solution apportée ci-dessus vaut aussi pour l'électron si

$$n' = 0, \quad n'' = 1 \quad (12c)$$

[courant convectif négatif par l'intégration de l'expression correspondante en (8)] de même que pour le positon si

$$n' = 1, \quad n'' = 0 \quad (12d)$$

[courant convectif positif par l'intégration de l'expression correspondante en (8)]. Les relations (12 *c*) et (12 *d*) signifient que l'électron et le positon ne peuvent se décrire avec un seul spineur, comme le faisait M. Dirac. L'expression $(n' + n'') \frac{e\hbar}{2M_0}$ [7] dans les équations (8) ne change pas, à cette occasion, de signe algébrique, ce qui ne doit pas nous gêner, parce que la méthode du globule de probabilité ne donne finalement, même sans cela, que des valeurs absolues du moment magnétique. La conséquence en est (c'est-à-dire la conséquence de cette description avec un seul spineur) que les calculs pour l'électron et pour le positon (spécialement la normalisation de $\int |\rho|\, d\tau$) peuvent être effectués aussi avec la valeur algébrique de la charge de la particule.

D'après tout cela l'interprétation de la théorie de M. Dirac développée ci-dessus paraît nous expliquer les qualités fondamentales (le courant convectif et le moment magnétique) des quatre particules élémentaires, et le fait que nous ayons réussi à décrire ces qualités pour ces quatre particules par une seule équation (8) obtenue théoriquement, n'est peut-être pas tout à fait sans intérêt.

Les relations (12 *a*) signifient, en rapport avec l'équation (10 *a*) que nous posons $\int |\rho|\, d\tau$ en réalité, comme si au neutron appartenait (en valeur absolue) la charge $2\,e$, et au proton la charge $3\,e$. Il est intéressant de noter que nous pourrions atteindre à une harmonie plus exacte avec les valeurs obtenues expérimentalement pour les moments magnétiques si nous prenions

$$\left.\begin{array}{lll} \text{pour le neutron} & n' = n'' = 0{,}97 & \\ \text{et pour le proton} & n' = 1{,}9, & n'' = 0{,}9, \end{array}\right\} \quad (12c)$$

ce qui, en relation avec les équations (10 *a*), 11 *b*) et (11 *c*), pourrait peut-être signifier que la grandeur $\int |\rho|\, d\tau$ devrait être établie comme si, à cause de l'action réciproque, « interaction » des deux charges élémentaires, le neutron possédait (en valeur absolue) une certaine charge « effective » $1{,}94\,e$ et le proton, à cause d'une certaine action réciproque (interaction) des trois charges élémentaires, la charge « effective » $2{,}8\,e$ (en valeur absolue).

En tout cas, en considération de tout cela, la question suivante se pose d'une façon urgente : pourquoi travaillons-nous ici avec les valeurs absolues et non pas avec les valeurs algébriques de la charge du neutron et du proton ? (la valeur algébrique de la charge du neutron serait à cause de sa neutralité, égale à zéro, comme si, en imaginant un certain modèle, il était chargé en même temps positivement et négativement [8]) et la valeur de la charge du proton serait $+\,e$ (comme si, en imaginant un certain modèle, il était chargé avec deux charges positives et avec une charge négative [9]). La réponse à cette question pourrait être cherchée, peut-être et en partie, dans la symétrie de la théorie de M. Dirac, relativement à l'électron et au positon, ce qui signifie, en réalité, la symétrie de cette théorie relativement à la charge électrique négative et à la charge positive (9 *bis*), et la réponse proviendrait peut-être aussi en partie, de l'hypothèse de MM. Breit, Condon et Present, d'après laquelle les forces nucléaires ne dépendent pas du paramètre de la charge.

Notre développement ne serait pas complet si l'on ne prenait pas en considération aussi le problème du spin dans le cas où nous attribuons aux particules deux spineurs. Il est bien connu que la physique attribue aux particules élémentaires (à l'électron, au positon, au proton et au neutron) le spin $\frac{1}{2}\hbar$ [10]. Il faut donc démontrer que le spin des particules ci-dessus décrites est $\frac{\hbar}{2}$. A cette fin nous allons nous servir de la méthode qui nous est connue dans la théorie de l'électron et du positon [11]. Nous supposons ici que la particule se trouve sous l'influence d'une force extérieure « centrale » quelconque (par exemple sous l'influence d'une force nucléaire de cette nature), à cause de laquelle la particule possède l'énergie potentielle $\Phi(r)$, où r est la distance du « centre » de force à la particule. Il n'y a qu'à changer l'opérateur de Hamilton, relativement aux matrices (1 *a*), (1 *b*) et (1 *c*), qui aura maintenant pour la particule en dehors du champ

magnétique la forme suivante :

$$= c\frac{\hbar}{i}\left[\left(\alpha'_1\frac{\partial}{\partial x}+\alpha'_2\frac{\partial}{\partial y}+\alpha'_3\frac{\partial}{\partial z}+\frac{i}{\hbar}\alpha'_4 M_0 c\right)\right.$$
$$\left.+\left(\alpha''_1\frac{\partial}{\partial x}+\alpha''_2\frac{\partial}{\partial y}+\alpha''_3\frac{\partial}{\partial z}+\frac{i}{\hbar}\alpha''_4 M_0 c\right)\right]+\Phi(r), \quad (13)$$

naturellement, à cause des propriétés des matrices ci-dessus mentionnées

$$[\alpha_\beta = \alpha'_\beta + \alpha''_\beta\ (\beta = 1, 2, 3, 4)].$$

Si nous établissons maintenant l'expression

$$HM_z - M_z H, \qquad \text{où} \quad M_z = \mathbf{1}\frac{\hbar}{i}\left(x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x}\right)$$

qui représente l'opérateur du moment de la quantité de mouvement autour de l'axe des z, on aura d'après le calcul analogue au calcul exécuté pour l'électron et pour le positon

$$HM_z - M_z H = -c\hbar^2\left[\left(\alpha'_1\frac{\partial}{\partial y} - \alpha'_2\frac{\partial}{\partial x}\right) + \left(\alpha''_1\frac{\partial}{\partial y} - \alpha''_2\frac{\partial}{\partial x}\right)\right]. \quad (14)$$

Cet opérateur doit s'appliquer maintenant aux fonctions ondulatoires de façon que les deux spineurs interviennent. Dans ce but, la règle a été donnée déjà par (2), son application produit

$$(HM_z - M_z H)\Psi = -c\hbar^2\left[\left(\alpha'_1\frac{\partial\Psi'}{\partial y} - \alpha'_2\frac{\partial\Psi'}{\partial x}\right) + \left(\alpha''_1\frac{\partial\Psi''}{\partial y} - \alpha''_2\frac{\partial\Psi''}{\partial x}\right)\right]. \quad (15)$$

Si nous prenons, maintenant en considération l'opérateur

$$S_z = \frac{1}{2}\frac{\hbar}{i}\alpha_1\alpha_2 = \frac{1}{2}\frac{\hbar}{i}(\alpha'_1\alpha'_2 + \alpha''_1\alpha''_2) \quad (16)$$

et si nous établissons $HS_z - S_z H$, nous aurions ici des produits de trois matrices partielles chaque fois α' et α'', pour lesquels nous pourrions nous persuader facilement que, dans leurs cas, les relations analogues aux relations déjà connues [12] sont valables et par l'application de tout celà nous aurons

$$HS_z - S_z H = c\hbar^2\left[\left(\alpha'_1\frac{\partial}{\partial y} - \alpha'_2\frac{\partial}{\partial x}\right) + \left(\alpha''_1\frac{\partial}{\partial y} - \alpha''_2\frac{\partial}{\partial x}\right)\right]. \quad (17)$$

Cet opérateur doit être appliqué, lui aussi, aux fonctions ondulatoires d'après la règle (2). De cette manière, on obtient

$$(HS_z - S_z H)\Psi = c\hbar^2\left[\left(\alpha'_1\frac{\partial\Psi'}{\partial y} - \alpha'_2\frac{\partial\Psi'}{\partial x}\right) + \left(\alpha''_1\frac{\partial\Psi''}{\partial y} - \alpha''_2\frac{\partial\Psi''}{\partial x}\right)\right]. \quad (18)$$

En faisant la somme des équations (15) et (18) il s'ensuit, comme on voit tout de suite,

$$[H(M_z + S_z) - (M_z + S_z)H]\Psi = 0,$$

ce qui signifie que

$$(M_z + S_z)\Psi = \frac{\hbar}{i}\left(x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x}\right)(\mathbf{1}'\Psi' + \mathbf{1}''\Psi'') + \frac{1}{2}\frac{\hbar}{i}(\alpha'_1\alpha'_2\Psi' + \alpha''_1\alpha''_2\Psi'') \quad (19)$$

est une constante. Ici on a

$$\mathbf{1}' = \begin{Vmatrix} 1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0 \end{Vmatrix},$$

$$\mathbf{1}'' = \begin{Vmatrix} 0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&1 \end{Vmatrix}$$

et l'on voit que $1' + 1'' = 1$. D'une manière analogue, on pourrait montrer pour $(M_x + S_x)\ \Psi$ et pour $(M_y + S_y)\ \Psi$ que ce sont des constantes. Le spin s'explique ici comme la conséquence de l'anticommutativité de trois premiers membres de l'une et de l'autre partie de l'opérateur Hamiltonien [l'équation (13)] avec l'opérateur du moment de la quantité de mouvement, à cause de laquelle nous pouvons construire un opérateur de spin (16). L'essentiel de cette déduction est, que l'énergie potentielle de la particule (à cause des forces nucléaires [13]) dans l'opérateur Hamiltonien, que nous regardons pour le moment comme un opérateur, commute avec l'opérateur du moment de la quantité de mouvement.

Il est nécessaire, enfin, de dire quelques mots sur les prétendues autres solutions des équations de M. Dirac (3 *a*) et (3 *b*). Si, donc, nous écrivions dans ces équations devant le dernier membre comme signe algébrique, le signe — au lieu du signe +, si nous écrivions $-\frac{\hbar}{ic}\frac{\partial\Psi'_\beta}{\partial t}$ et $-\frac{\hbar}{ic}\frac{\partial\Psi''_\beta}{\partial t}$, ce qui correspondrait à l'énergie $-U$ du lieu $+U$, comme nous avons pris jusqu'ici, et si nous allions appliquer

maintenant les paquets ondulatoires suivants :

$$\Psi_{1,2} = \sqrt{\frac{n'}{n'+n''}} A_{1,2}\, \mathrm{e}^{-\frac{(x-v_x t)^2+(y-v_y t)^2+(z-v_z t)^2}{2\sigma^2}} \times \mathrm{e}^{-\frac{i}{\hbar}(p_x x+p_y y+p_z z-Ut)}, \qquad (20\,a)$$

$$\Psi''_{5,6} = \sqrt{\frac{n''}{n'+n''}} A_{1,2}\, \mathrm{e}^{-\frac{(x-v_x t)^2+(y-v_y t)^2+(z-v_z t)^2}{2\sigma^2}} \times \mathrm{e}^{\frac{i}{\hbar}(p_x x+p_y y+p_z z-Ut)}, \qquad (20\,b)$$

cela nous conduirait alors à des composantes de la densité statistique du courant électrique suivantes (exprimées en valeur absolue de la charge de la particule)

$$\left.\begin{aligned}
j_x &= \left\{(n''-n')\left(\overset{*}{A}_1 A_1+\overset{*}{A}_2 A_2\right) e v_x + (n'+n'')\frac{e\hbar}{2M_0}\left[\left(\overset{*}{A}_1 A_2+\overset{*}{A}_2 A_1\right)\frac{\partial}{\partial y} - i\left(\overset{*}{A}_2 A_1-\overset{*}{A}_1 A_2\right)\frac{\partial}{\partial z}\right]\right\} \mathrm{e}^{-\frac{x^2+y^2+z^2}{\sigma^2}},\\
j_y &= \left\{(n''-n')\left(\overset{*}{A}_1 A_1+\overset{*}{A}_2 A_2\right) e v_y + (n'+n'')\frac{e\hbar}{2M_0}\left[\left(\overset{*}{A}_2 A_2-\overset{*}{A}_1 A_1\right)\frac{\partial}{\partial z} - \left(\overset{*}{A}_1 A_2+\overset{*}{A}_2 A_1\right)\frac{\partial}{\partial x}\right]\right\} \mathrm{e}^{-\frac{x^2+y^2+z^2}{\sigma^2}},\\
j_z &= \left\{(n''-n')\left(\overset{*}{A}_1 A_1+\overset{*}{A}_2 A_2\right) e v_z + (n'+n'')\frac{e\hbar}{2M_0}\left[i\left(\overset{*}{A}_2 A_1-\overset{*}{A}_1 A_2\right)\frac{\partial}{\partial x} - \left(\overset{*}{A}_2 A_2-\overset{*}{A}_1 A_1\right)\frac{\partial}{\partial y}\right]\right\} \mathrm{e}^{-\frac{x^2+y^2+z^2}{\sigma^2}}.
\end{aligned}\right\} \qquad (21)$$

Seulement, les relations (12 *a*) nous donneraient, à présent, pour $n'=2$ et $n''=1$ le proton négatif, tandis que, pour le neutron [$n'=n''=1$, *voir* (12 *b*)] on aurait pu s'attendre au moment magnétique avec le signe algébrique contraire, d'une façon analogue, les relations (12 *c*) nous conduiraient, à présent, au positon, et les relations (12 *d*) à l'électron, donc nous aurions maintenant le contraire de ce que nous avions auparavant.

Mais si nous changions dans les équations (6 *a*) et (6 *b*) les facteurs de propagation de l'onde et, si nous faisions la même chose aussi dans les équations (20 *a*) et (20 *b*), alors les équations (21) nous donneraient, supposées, cela va sans dire, les relations (12 *a*), (12 *b*), (12 *c*) et (12 *d*), ce que nous donnent à présent les équations (8), et inversement, les équations (8) donneraient ce que nous donnent maintenant les équations (21), compte tenu du signe algébrique du courant convectif.

Comme on voit, ce qui joue le rôle décisif ici c'est la symétrie mentionnée de la théorie de M. Dirac relativement aux charges électriques à signes algébriques contraires, et elle nous conduit, comme on s'en aperçoit maintenant, à des questions qui ne sont pas posées ici pour la première fois, à savoir à la question du proton négatif (14) et du neutron de moment magnétique positif (15).

En tout cas, la tentative de théorie exposée ici indique — semble-t-il — qu'avec la résolution par M. Dirac des problèmes de l'électron et du positon toutes les possibilités de sa théorie ne sont probablement pas épuisées.

Manuscrit reçu le 29 décembre 1947.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] C. Schaefer, *Theor. Phys.*, 1937, 111-112, p. 475, 499. — L. de Broglie, *Particules à spin*, 1943, p. 43; *voir* aussi la théorie de M. Wick et L. de Broglie, *La théorie du noyau*, 1945, 11, p. 136-139.

[2] R. Fleischmann, *Die Physik in regelm Ber.*, 1940, 8, p. 21-22. — Bloch-Alvarez, *Physical Review*, 1940, 57, p. 111. — J. Mattauch et S. Flugge, *Kernphysikal, Tabellen*, 1942, p. 58, 100. — L. de Broglie, *La théorie du noyau*, 1943, 1, p. 164.

[3] G. Breit, E. U. Condon et R D. Present, *Physical. Review*, 1936, 50, p. 825, 845. — *Voir* aussi G. Wentzel, *Die Physik in regelm. Ber.*, 1939, 7, p. 7-8. — L. de Broglie, *La théorie du noyau*, 1943, 1, p. 178-179.

[4] G. Wentzel, *Die Physik in regelm. Ber.*, 1939, 7, p. 2.

[5] L. de Broglie, *L'électron magnétique*, 1934, p. 158. — C. Schaefer, *Theor. Phys.*, 1937, 111-112, p. 457-458.

Les $\overset{*}{\Psi}_\beta$ représentent les composantes conjuguées complexes du spineur Ψ.

[5 *bis*] *Voir* aussi la déduction de M. Heitler [L. de Broglie, *La théorie du noyau*, 1945, 11, p. 64, l'équation (10)].

[6] L. de Broglie, *L'électron magnétique*, 1934, p. 162-163. *Voir* aussi G. Schaefer, *Theor. Phys.*, 1937, 111-112, p. 460-461.

[7] M_0 signifie ici, c'est-à-dire à cette occasion, la masse de l'électron ou du position à l'état de repos.

[8] *Voir* par exemple le modèle du neutron de M. Renner, *Die Naturwissenschaften*, 1938, 26, p. 736-738.

[9] *Voir* [8].

[9 *bis*] Les deux équations (5 *a*) et (5 *b*) sont les solutions de même forme des équations (3 *a*) et (3 *b*) de M. Dirac (*voir* aussi : L. de Broglie, *La théorie du noyau*. 1945, 11, p. 34).

[10] J. Mattauch et S. Flügge, *Kernphysikal. Tabellen*, 1942, p. 18-56.

[11] L. de Broglie, *L'électron magnétique*, 1934, p. 201-204. — C. Schaefer, *Theor. Phys.*, 1937, 111-112, p. 478-480.

[12] L. de Broglie, *L'électron magnétique*, 1934, p. 203. — C. Schaefer, *Theor. Physik*, 1937, 111-112, p. 479-480.

[13] Pour le proton il pourrait se faire qu'il s'agisse de la force Coulombienne (problème des deux particules : spectre de l'hydrogène).

[14] H. Kallmann, *Kernphysik*, 1938, p. 56.

[15] P. Jordan, *Quantentheorie*, 1936, p. 255. — H. Kallmann, *Kernphysik*, 1938, p. 57. — G. Wentzel, *Die Physik in regelmässigen Berichten*, 1939, 7, p. 5.

Le Gérant : Maurice Blondin. 129491 Imp. Gauthier-Villars, 55, quai des Grands-Augustins, Paris. — 1948.